UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DINÂMICA DOS OCEANOS E DA TERRA

CARLOS DA SILVA CLAUDINO

Método do Empilhamento Espectral

Niterói-RJ

2020

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE GEOLOGIA E GEOFÍSICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM DINÂMICA DOS OCEANOS E DA TERRA

CARLOS DA SILVA CLAUDINO

Método do Empilhamento Espectral

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra da Universidade Federal Fluminense como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor na área de Geofísica e Geologia.

Orientador:

Prof. Dr. Wagner Moreira Lupinacci

Niterói-RJ
2020

Ficha catalográfica automática - SDC/BIG
Gerada com informações fornecidas pelo autor

C615m Claudino, Carlos da Silva
Método do empilhamento espectral / Carlos da Silva Claudino ; Wagner Moreira Lupinacci, orientador. Niterói, 2020.
120 f. : il.

Tese (doutorado)-Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2020.

DOI: http://dx.doi.org/10.22409/PPGDOT .2020.d.08503802783

1. Reflexão sísmica. 2. Modelo matemático. 3. Produção intelectual. I. Lupinacci, Wagner Moreira, orientador. II. Universidade Federal Fluminense. Instituto de Geociências. III. Título.

CDD -

Bibliotecário responsável: Sandra Lopes Coelho - CRB7/3389

Carlos da Silva Claudino

Método do Empilhamento Espectral

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Dinâmica dos Oceanos e da Terra da Universidade Federal Fluminense como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor na área de Geofísica e Geologia.

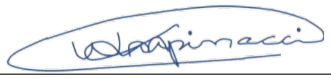
Aprovada em 31 de agosto de 2020.

Comissão Examinadora:

Dr. Bruno César Zanardo Honório (Equinor)

Prof. Dr. Luiz Alberto Santos (UFF)

Prof. Dr. Rodrigo Bijani (UFF)



Prof. Dr. Wagner Moreira Lupinacci - Orientador (GIECAR/UFF)

Dedico este trabalho ao meu filho Guilherme, também conhecido como Guigui Levado, por ter sido o meu alento durante esta jornada.

Agradecimentos

Agradeço aos meus familiares por compreenderem e suportarem os momentos difíceis marcados pela minha ausência. Ao Wagner Lupinacci pela orientação. Aos integrantes da banca por participarem da defesa desta tese. Agradeço aos colegas de Petrobras, em especial, ao Erick Talarico pelos esclarecimentos. Agradeço também à ANP por fornecer os dados sísmicos, à CAPES pelo apoio financeiro e a todos que, de alguma forma, contribuíram para este trabalho.

“A tarefa não é tanto ver o que ninguém nunca viu, mas sim, pensar o que ninguém nunca pensou sobre algo que todo mundo vê.”
(Arthur Schopenhauer)

Resumo

O condicionamento é uma prática fundamental e amplamente adotada no tratamento dos dados sísmicos. Além disso, quando aplicado de forma adequada, favorece o aumento de resolução, o que revela informações sobre as estruturas da subsuperfície. A perda de parte do conteúdo de frequência é inerente ao método sísmico e recuperar todo o conteúdo perdido, ainda é um desafio a ser superado. Aumentar a resolução sísmica consiste no emprego de técnicas de filtragem que visam ao aumento do conteúdo de frequências. O uso de tais técnicas deve preservar as relações existentes na distribuição dos eventos sísmicos. A inobservância desse preceito pode ocasionar situações indesejáveis, que variam entre a degradação da razão sinal/ruído e a criação de falsos eventos. Nesta tese é apresentado um método novo para o condicionamento dos dados sísmicos denominado Empilhamento Espectral. A ideia central do método é aumentar o conteúdo de frequência do sinal sísmico e preservar a distribuição dos eventos, através da convolução circular no domínio da frequência. Como aplicação inicial, foi desenvolvido um filtro de nitidez capaz de distinguir camadas mais finas que o critério de Rayleigh, porém limitadas ao critério de Ricker. O Filtro de Nitidez faz uso de uma janela variável baseada nos mínimos locais do valor absoluto de amplitude. Os resultados mostraram que o Filtro de Nitidez mantém a distribuição dos eventos sísmicos, fornecendo uma imagem mais nítida da subsuperfície. O método do Empilhamento Espectral também foi usado em um processo novo de deconvolução. Em sua formulação, a forma de onda registrada no sinal sísmico foi considerada como um pulso Ricker. A partir disso, o sinal sísmico foi modificado, de modo que o pulso sísmico fosse representado por uma função Gaussiana. Isso tornou possível resolver ambiguidades entre os lóbulos laterais e o lóbulo central do pulso sísmico, visto que a função Gaussiana não possui lóbulos laterais. Essa modificação, denominada neste trabalho de Domínio do Empilhamento Espectral, foi aplicada a um modelo de acunhamento, o que permitiu eliminar as interferências causadas pelos lóbulos laterais. Posteriormente, a radicação do espectro de amplitude do sinal sísmico, no Domínio do Empilhamento Espectral, foi usada para criar um algoritmo capaz de aumentar a resolução. Por fim, foi testada a eficácia de cada procedimento em dados sintéticos e reais. Os resultados mostraram ganho de resolução.

Palavras-chaves: Resolução Sísmica. Convolução Circular. Pulso Ricker.

Abstract

The conditioning is a practice adopted in the treatment of seismic data and, when properly applied, favors the resolution, revealing information about subsurface structures. The loss of part of the frequency content is inherent to the seismic method, and retrieve all of it is still a challenge to overcome. To improve seismic resolution mean to employ filtering techniques that aim to increase frequency content. Techniques to improve the seismic resolution should preserve the existing relations in the distribution of seismic events. The absence of this precept may cause undesirable situations, from the degradation of the signal-to-noise ratio to the creation of false events. In this thesis, a new method to seismic data conditioning, called Spectral Stacking, is presented. It makes use of circular convolution, in the frequency domain, to extend frequency content and to preserve the distribution of seismic events. For applications, a sharpening filter was developed. The sharpening filter resolves layers thinner than Rayleigh's criterion, but even thicker than Ricker's criterion. Besides, the sharpening filter preserves the amplitude using a variable-window correction based on the local minima of the absolute values of amplitude. The results showed that the sharpening filter maintains the distribution of seismic events, providing a sharper image of the subsurface. The Spectral Stacking method was used in a new deconvolution process. Its formulation considered the recorded waveform in the seismic signal as a Ricker pulse. Thereafter, the seismic signal was modified, so that the seismic pulse became a Gaussian function. This made it possible to resolve ambiguities between the side lobes and the main lobe of the seismic pulse, since the Gaussian function has no side lobes. This modification, called in this work the Spectral Stacking Domain, was applied to a wedge model, which allowed to eliminate the interferences caused by the side lobes. Subsequently, the radication of the amplitude spectrum of the seismic signal, in the Spectral Stacking Domain, was used to create an algorithm to increasing the resolution. Finally, the effectiveness of each procedure was tested on synthetic and real data. The results showed a gain in resolution.

Keywords: Seismic Resolution. Circular Convolution. Ricker Pulse.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Função $sign(t)$. 24
Figura 2 – Degrau unitário. 25
Figura 3 – Função caixa. Neste exemplo, nota-se que $t_o = 2\ s$. 25
Figura 4 – Função sinc. 26
Figura 5 – Função sinc periódica com $N_o = 51$ e $N = 250$. 27
Figura 6 – Função Gaussiana com $A = 5$, $\mu = 1.5\ s$ e $\sigma = 1$. 28
Figura 7 – Delta de Dirac. A altura da flecha representa a área sob o delta e não a amplitude, que tende ao infinito. 29
Figura 8 – Pulso Ricker. Nota-se a simetria em torno do tempo igual a zero. . . 31
Figura 9 – Esquema da convolução circular a partir da convolução linear. O período possui valor 5. 38
Figura 10 – Critério de Rayleigh (Modificado de Kallweit e Wood, 1982). O parâmetro b representa a distância entre os dois primeiros mínimos da difração. 39
Figura 11 – Critério de Ricker. 2T é o limite de resolução. 42
Figura 12 – Esquema geométrico do método dos mínimos quadrados. 45
Figura 13 – Impulsos e seus respectivos espectros. (a) Um simples impulso; (b) espectro de amplitude do impulso em (a); (c) dois impulsos separados por um intervalo de 0,72 segundos; (d) espectro de amplitude dos impulsos em (c); (e) dois impulsos separados por metade do intervalo; (f) espectro de amplitude dos impulsos em (e). 50
Figura 14 – Critérios de Ricker e de Rayleigh. Nota-se que no limite do critério de Rayleigh (linha cinza sólida) as reflexões são resolvidas e mantidas nos picos da forma de onda. No limite do critério de Ricker (linha preta sólida) as reflexões não são resolvidas. É possível observar que o negativo da derivada segunda no limite do critério de Ricker (linha preta tracejada) é semelhante ao negativo da derivada segunda no limite de Rayleigh, indicando, inclusive, as duas reflexões próximas. 54
Figura 15 – Aumento da frequência de pico. O ganho máximo teórico da frequência de pico é de 34,78%. 56

Figura 16 – Pulso modificado (pré-filtro). Os valores de A são -2 (azul), -4 (verde), -8 (amarelo) and -9,6 (vermelho). As reflexões são separadas apenas quando A é menor que $-9,6$. 56
Figura 17 – O algoritmo RD no limite de resolução de Rayleigh e de Ricker. Destaque para a separação das reflexões próximas. 62
Figura 18 – Comparação entre o algoritmo RD e o Pré-filtro. O Pré-filtro preserva a relação de amplitude e não cria lóbulos secundários. O algoritmo RD torna a separação mais evidente. 63
Figura 19 – Análise do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. O domínio $\mathcal{E}$ (vermelho) é consistente com os lóbulos centrais do sinal sísmico (azul) e seus máximos destacam, corretamente, o posicionamento dos coeficientes de reflexão (verde). Há compatibilização das escalas para melhor visualização. 66
Figura 20 – Logaritmo do espectro de amplitude do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. Observa-se que a curva se ajusta bem a uma parábola até 50 Hz. . 69
Figura 21 – Espectro de Amplitude do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. A curva em azul representa o espectro de amplitude do sinal no domínio $\mathcal{E}$. A curva preta representa o espectro de amplitude do pulso gaussiano obtido a partir do ajuste pelos mínimos quadrados. 70
Figura 22 – Aumento de resolução por radiciação do espectro de Amplitude. A curva preta representa o sinal obtido a partir da radiciação, com índice 2. 71
Figura 23 – Índice de radiciação. Gráficos na mesma escala para comparação. . 72
Figura 24 – Índice de Radiciação igual a 4. Aumento de resolução sem distorção por ruído de alta frequência. Gráficos na mesma escala para comparação. 73
Figura 25 – Índice de Radiciação igual a 16. A separação dos principais refletores ficou mais nítida, porém há presença do ruído de alta frequência. Gráficos na mesma escala para comparação. 74
Figura 26 – Índice de Radiciação igual a 64. Aumento do nível de ruído. Gráficos na mesma escala para comparação. 74

Figura 27 – Dados sísmico sintético antes e após o filtro de nitidez. O traço 1 representa os coeficientes de reflexão, o traço 2 é o sinal sísmico modelado com um pulso Ricker que possui frequência de pico de 15 Hz e o traço 3 é a saída do filtro de nitidez. Os retângulos em vermelho destacam o ganho de resolução. No retângulo superior, foi possível constatar que o filtro de nitidez separou as interfaces limitadas pelo critério de Ricker. 78
Figura 28 – Convolução circular no domínio da frequência. (a) Espectro do sinal sísmico sintético; (b) convolução circular do espectro em (a). Nota-se o aumento no conteúdo de frequências. 79
Figura 29 – Coeficientes da correção de amplitude (pré-filtro). A curva se assemelha a uma composição de funções degrau, com diferentes escalas. 80
Figura 30 – Coeficientes da correção de amplitude do empilhamento espectral. Os degraus mais altos correspondem às menores amplitudes. . . . 81
Figura 31 – Comparação dos espectro antes e após o filtro de nitidez. A linha azul corresponde ao traço sintético original e a linha vermelha ao traço sintético filtrado. O o conteúdo de frequência é estendido até a frequência de Nyquist. 81
Figura 32 – Filtro de nitidez e algoritmo RD. O traço 1 representa os coeficientes de reflexão, o traço 2 é o sinal sísmico modelado com um pulso Ricker que possui frequência de pico de 15 Hz, o traço 3 é a saída do filtro de nitidez e o traço 4 é a saída do algoritmo RD. Os retângulos verdes destacam a preservação da amplitude no traço 3 (mesma amplitude do traço 2). O mesmo não ocorre no traço 4. As setas vermelhas indicam eventos criados pelos lóbulos secundários. As elipses mostram melhor resolução devido às derivadas de ordem mais alta. 82
Figura 33 – Filtro de nitidez aplicado ao dado sintético ruidoso. (a) Trecho inicial dos dados sintéticos ruidosos (linha preta) mostrando que não há aumento de ruído após a aplicação do filtro de nitidez (linha vermelha). (b) Dados da Figura 28 com adição de ruído. O alto nível de ruído afeta os máximos, prejudicando a resolução, mas o filtro de nitidez não aumenta o nível de ruído. 84
Figura 34 – Seção sísmica da bacia de Santos. Valores positivos das amostras do sinal sísmico estão em azul. 85

Figura 35 – Dado real após a aplicação do filtro de nitidez. O conteúdo de frequência foi estendido, inclusive, na porção inferior da seção sísmica. 86
Figura 36 – Seção sísmica mostrando em detalhe estratificações na sequência evaporítica, próximas ao traço 450. 87
Figura 37 – Seção sísmica mostrando em detalhe estratificações na sequência evaporítica, após a aplicação do filtro de nitidez. O filtro de nitidez melhorou a continuidade dos eventos. 88
Figura 38 – Seção sísmica em detalhe no intervalo dos carbonatos. 90
Figura 39 – Seção sísmica em detalhe no intervalo dos carbonatos, após a aplicação do filtro de nitidez. A sobreposição das feições anticlinais ficou mais nítida. 91
Figura 40 – Correção de amplitude no mesmo intervalo mostrado na Figura 38. Os círculos vermelhos representam a saída do filtro de nitidez e a linha preta o dado original. 92
Figura 41 – Modelo de refletividade. O intervalo entre topo e base é de 2 ms para o traço 3, com incremento de 2,5 ms por traço para os demais. 95
Figura 42 – Dado sintético. Seção sísmica obtida a partir da convolução entre os coeficientes de reflexão da Figura 41 e um pulso Ricker com frequência de pico de 15 Hz. 96
Figura 43 – Seção sísmica da Figura 42 no domínio do empilhamento espectral. Não há mais interferência dos lóbulos laterais. 97
Figura 44 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 1,7. Há separação entre topo e base no traço 16, indicando que a resolução original do sinal foi recuperada. 98
Figura 45 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 6. Observa-se o ganho de resolução com a separação das reflexões na região de *tuning*. 99
Figura 46 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 60. O valor extremo do índice de radiciação apenas aumentou o ruído de alta frequência. Não há ganho de resolução em relação à Figura 45. 100
Figura 47 – Dado real após a aplicação da deconvolução por empilhamento espectral. O valor do índice de radiciação foi de 1,7. O método removeu com eficiência a forma do pulso sísmico, mesmo com um valor baixo de índice de radiciação. 103

Figura 48 – Seção sísmica destacando a interface do fundo do mar. O refletor exibe típica simetria de fase zero. 104
Figura 49 – Seção sísmica destacando a interface do fundo do mar, após o empilhamento espectral. O método removeu com eficiência a forma do pulso sísmico. 105
Figura 50 – Seção sísmica mostrando em detalhe as estratificações na sequência evaporítica. 106
Figura 51 – Seção sísmica mostrando em detalhe as estratificações na sequência evaporítica, após a aplicação da deconvolução por empilhamento espectral. As intercalações dos evaporitos ficaram evidentes. 107
Figura 52 – Seção sísmica mostrando em detalhe a porção inferior. A falta de resolução dificulta a identificação dos eventos. 108
Figura 53 – Seção sísmica mostrando em detalhe a porção inferior, após o empilhamento espectral. O ganho em resolução permitiu identificar os eventos de forma mais clara. 109
Figura 54 – Efeito do índice de radiciação sobre o *aliasing* espacial. (a) Dado real; (b) deconvolução espectral do dado real em (a) com índice de radiciação igual a 8; (b) deconvolução espectral do dado real em (a) com índice de radiciação igual a 1.1. 112

Lista de tabelas

Tabela 1 – Pares de Transformada de Fourier Discreta. 32
Tabela 2 – Propriedades básicas da DFT. 35
Tabela 3 – Propriedades da convolução. 36
Tabela 4 – Convergência dos índices de radiciação. 101

Lista de símbolos

$(.)$	Variável contínua
$[.]$	Variável discreta
$\mid . \mid$	Módulo
$*$	Operação de convolução
$\cdot$	Operação de convolução circular
ω	Frequência angular
$\star$	Correlação
$*$	Convolução linear
$\cdot$	Convolução circular
$\dagger$	Conjugado complexo
$\prod$	Função caixa
δ	Delta de Dirac ou Kronecker
$\Im\{.\}$	Operador transformada de Fourier
$\sum$	Somatório
$\mathcal{E}$	Domínio do Empilhamento Espectral

Sumário

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 Objetivos 21

2 CONCEITOS BÁSICOS 23
2.1 Sinais Especiais 23
2.1.1 Função sinal 23
2.1.2 Degrau unitário 24
2.1.3 Função caixa 24
2.1.4 Função Sinc 26
2.1.5 Função Gaussiana 27
2.1.6 Impulso unitário 28
2.1.7 Pulso Ricker 30
2.2 Transformada de Fourier 30
2.2.1 Propriedades da Transformada de Fourier 32
2.3 Convolução Linear e Convolução Circular 35
2.4 Critérios de Resolução 39
2.5 Deconvolução 42
2.5.1 Deconvolução determinística 43
2.5.2 Deconvolução estatística 47

3 EMPILHAMENTO ESPECTRAL 49
3.1 O Método do Empilhamento Espectral 49
3.2 Filtro de Nitidez 52
3.2.1 Correção de amplitude 57
3.2.2 O Pré-filtro e a Resolução Diferencial 61
3.3 Deconvolução por Empilhamento Espectral 64
3.3.1 Estimativa do Pulso Gaussiano 67
3.3.2 Melhoramento da resolução 70

4 RESULTADOS 77
4.1 Filtro de Nitidez 77
4.2 Deconvolução por Empilhamento Espectral 93

5 CONCLUSÃO 113

REFERÊNCIAS 116

1 INTRODUÇÃO

Este capítulo introdutório visa a apresentar um breve resumo sobre algumas contribuições no tema de estudo. O objetivo não é um tratamento extensivo dos diversos assuntos, mas expor o contexto em que o Empilhamento Espectral está inserido. Busca-se mostrar, também, o escopo do trabalho e sua justificativa, abordando os objetivos centrais da tese.

Desde o advento do espectrômetro, criado por Joseph Von Fraunhofer em 1814, a análise espectral tem sido usada como ferramenta de investigação em diversas áreas do conhecimento, sobretudo na geofísica de exploração. Impulsionado pela praticidade alcançada pelos algoritmos otimizados da transformada de Fourier (Cooley e Tukey,1965), o seu emprego no condicionamento do sinal sísmico, especialmente nas etapas que visam ao aumento de resolução, tornou-se indispensável (Yilmaz, 2001). Isso porque, historicamente, busca-se construir imagens melhores da subsuperfície com base em fontes de banda limitada (Okaya,1995).

As fontes de banda limitada não possuem todas as frequências de interesse, que poderiam ser registradas pelo dispositivo de gravação dos dados sísmicos e usadas na investigação da subsuperfície. Uma fonte ideal possui assinatura com espectro amplo e plano no domínio da frequência, tal como um simples impulso no domínio do tempo (Dragoset, 2005). Mesmo se os sinais gerados pelas fontes fossem de banda completa, a subsuperfície atua como um filtro, removendo parte do conteúdo de frequências (Staples et al., 1999), degradando a resolução e, assim, a qualidade da imagem sísmica.

Técnicas como, por exemplo, o filtro inverso Q (Wang, 2006; Braga e Moraes, 2013; Oliveira e Lupinacci, 2013; Lupinacci et al., 2017) foram desenvolvidas para compensar parte dos efeitos associados à perda de frequência, principalmente, as frequências mais altas. Estas são importantes porque fornecem uma imagem mais nítida da subsuperfície. Esse aspecto é desejável, pois, algumas estruturas geológicas são muito delgadas do ponto de vista da sísmica. Assim como, recuperar as frequências mais baixas ajuda a melhorar a qualidade da imagem sísmica.

As frequências baixas são importantes na interpretação quantitativa obtida a partir dos valores de impedância (Latimer et al., 2000). Alguns métodos buscam

recuperar as frequências baixas usando informação a priori. Lavergne e Willm (1977) e Lindseth (1979) aumentaram o conteúdo de frequência baixa através da análise de velocidade. Ferguson e Margrave (1996) criaram um algoritmo de inversão para extrair a frequência baixa dos dados de poços. Por outro lado, Kroode et al. (2013) fizeram uma abordagem sobre a importância das frequências mais baixas na melhoria da resolução sísmica, indicando que um maior conteúdo das frequências mais baixas resulta na redução dos lóbulos laterais do pulso sísmico. O problema com os lóbulos laterais é que, dependendo do padrão de interferência, eles podem criar eventos (refletores) sem qualquer vínculo geológico. Essa é uma questão especialmente importante para a interpretação, pois, quanto menor os lóbulos laterais, menos padrões de interferências e, consequentemente, melhor a resolução (Zeng e Backus, 2005; Latimer et al., 2000). Sendo assim, como contornar o problema dos lóbulos laterais, dado que o sinal sísmico não possui frequências muito baixas?

A fase do pulso sísmico também desempenha um papel importante quando se busca melhorar a resolução. Zeng e Backus (2005) mostraram os benefícios de se usar pulsos sísmicos de fase 90 graus para interpretação de camadas delgadas. Por outro lado, os métodos propostos nesta tese destacam os pulsos sísmicos de fase zero. A principal característica de um pulso sísmico de fase zero (pulso Ricker) é que, além da simetria, seu lóbulo central é coincidente com as interfaces entre camadas, obviamente, respeitando-se os limites de resolução.

Melhorar a resolução sísmica depende não apenas do conteúdo de frequências e das características de fase do sinal sísmico, mas também do critério de resolução escolhido, isto é, do limite de separação entre as interfaces que se consegue resolver sem ambiguidades. Kallweit e Wood (1982) abordam os limites de resolução do pulso sísmico de fase zero revisando alguns critérios de resolução, dentre os quais, destacam-se os critérios de Rayleigh e Ricker (1953b). O critério de Rayleigh afirma que o limite de resolução ocorre quando o intervalo de separação das camadas é igual ao intervalo entre o lóbulo central e o lóbulo lateral do pulso sísmico. Já o critério de Ricker ocorre quando o intervalo de separação das camadas é igual ao intervalo entre os pontos de inflexão do pulso sísmico. Para estimar o limite de resolução, Ricker (1953b) mostrou que a derivada segunda do pulso sísmico deve ser nula no seu máximo central. Nesta tese, o conceito apresentado por Ricker (1953b) é aplicado para se obter um novo pulso sísmico, composto pela combinação linear entre o pulso Ricker e a sua derivada segunda.

Significativos avanços tecnológicos permitem a aquisição de dados sísmicos

com uma largura de banda maior (Carlson et al., 2007; Denis et al., 2013; Mougenot, 2018). No entanto, esse aspecto não resolve o problema do volume de dados já obtidos em largura de banda menor. Uma alternativa, que tem encontrado muitas aplicações no campo das telecomunicações (e.g., Avendano et al., 1995; Jax, 2002; Kontio et al., 2007; Cantzos et al., 2009), é extrapolar o conteúdo de frequências para além da largura de banda original do sinal. Essa manipulação é conhecida como extensão da largura de banda. Como exemplo aplicado aos dados sísmicos, Li e Demanet (2015) usaram o método *phase tracking* para estender a banda das frequências mais baixas, a partir das frequências do próprio sinal. Então, Li e Demanet (2016) usaram o método para aplicar o sinal com banda extendida ao processo de *Full Waveform Inversion* (FWI), obtendo uma estimativa razoável dos números de onda do modelo de velocidade utilizado em seus estudos.

Sem o devido tratamento, adicionar frequências ao dado pode gerar alguns artefatos indesejáveis, prejudicando a qualidade da imagem sísmica e levando a erros de interpretação. Liang et al. (2017) abordam esse aspecto através de uma comparação entre os métodos que denominaram de invenção de frequência (métodos que, arbitrariamente, criam amplitudes em frequências fora da banda original do sinal) e o método de extrapolação por harmônicos (assume que o modelo de espectro dos coeficientes de reflexão é uma composição periódica na frequência e usa essa periodicidade para extrapolar amplitudes além da banda original do sinal). A multiplicação de um determinado sinal por uma senóide de frequência mais alta pode ser vista como um exemplo de invenção de frequência. Esse procedimento equivale a propriedade de translação da transformada de Fourier no domínio da frequência, deslocando o espectro do sinal para frequências mais altas. Liang et al. (2017) afirmam que os métodos de invenção não exibem uma boa relação entre dados sísmicos reais e sintéticos, fora da banda de frequência original, nas etapas de amarração de poços. Enquanto, a extrapolação por harmônicos realiza com êxito esses processos. Sendo assim, recomendam o uso dos métodos de invenção de frequência apenas em uma análise qualitativa, como, por exemplo, a geração de atributos sísmicos.

Nesta tese é apresentado um método novo para o condicionamento dos dados sísmicos denominado Empilhamento Espectral. O método faz uso da convolução circular, no domínio da frequência, para estender o conteúdo de frequência e preservar a distribuição dos eventos sísmicos. Adicionalmente, as características do pulso de fase zero e os critérios de resolução apresentados são utilizados para definir um filtro de nitidez. Para corrigir a escala de amplitude, o filtro de nitidez usa uma janela

variável baseada nos mínimos locais do valor absoluto de amplitude.

Na elaboração do método de Empilhamento Espectral, buscou-se, a princípio, a preservação de todos os eventos presentes no sinal sísmico, de modo que o aumento do conteúdo de frequência não criasse falsos eventos ou distorcesse aqueles de interesse para interpretação. No entanto, essa abordagem tem impacto na resolução, uma vez que preservar todos os eventos, significa preservar, também, os eventos que se deseja eliminar, como, por exemplo, os lóbulos laterais. Como indicado em Kroode et al. (2013), os lóbulos laterais são limitadores de resolução e esse aspecto do pulso sísmico é abordado nesta tese através das seguintes proposições: os lóbulos laterais podem ser removidos ou atenuados em um sinal sísmico? Sendo isso possível, os resultados da extensão da largura de banda, usando o método proposto, seriam satisfatórios? Nesses questionamentos reside a motivação para a criação de um espaço próprio para a aplicação do empilhamento espectral, além de um processo novo de deconvolução, um dos pontos centrais dessa tese.

1.1 Objetivos

A imagem sísmica é fundamental na exploração e caracterização de reservatórios. Ela permite identificar estruturas portadoras de óleo e gás em grandes regiões em subsuperfície. Muitos segmentos da cadeia de exploração e produção de petróleo tomam suas decisões baseadas em alguma informação obtida a partir da imagem sísmica. Da construção do modelo geológico às estratégias de produção, a imagem sísmica está presente, auxiliando a tomada de decisão.

Por causa dos riscos e do alto custo envolvido na exploração e produção de hidrocarbonetos, as informações extraídas da imagem sísmica precisam ser confiáveis e essa confiança é maior quanto melhor for a qualidade da imagem sísmica. Uma medida da qualidade da imagem sísmica é a resolução que ela possui, ou seja, se o sinal que compõe a imagem possui conteúdo de frequência adequado para definir as estruturas de interesse. A perda de parte do conteúdo de frequência é intrínseca ao processo de aquisição de dados sísmicos e, consequentemente, à construção da imagem sísmica. Nesse contexto, é importante o desenvolvimento de métodos que busquem aumentar a resolução da imagem sísmica.

Diante desses desafios, este estudo tem por objetivos:

- **Apresentar o método de empilhamento espectral** e como a convolução cir-

cular, no domínio da frequência, pode ser usada para aumentar o conteúdo de frequência;

- **Apresentar o filtro de nitidez**: uma aplicação do método de Empilhamento Espectral que faz uso das características do pulso sísmico de fase zero e dos critérios de resolução para resolver interfaces mais finas que o critério de resolução de Rayleigh, porém limitadas ao critério de resolução de Ricker;
- **Apresentar o espaço do empilhamento espectral** e como a premissa de um pulso sísmico do tipo Ricker pode ser usada para remover os lóbulos laterais da seção sísmica;
- **Apresentar a deconvolução por empilhamento espectral**: uma outra aplicação do método de Empilhamento Espectral que combina o domínio do empilhamento espectral com a radiciação do espectro de amplitude para aumentar a resolução.

A tese possui a seguinte estrutura:

- O capítulo 1 consta de uma introdução;
- No capítulo 2, apresenta-se uma revisão dos conceitos básicos empregados na implementação do Empilhamento Espectral, incluindo a transformada de Fourier, a convolução, os critérios de resolução e a deconvolução;
- No capítulo 3, apresentam-se o método de Empilhamento Espectral e suas aplicações;
- No capítulo 4, abordam-se os resultados e uma breve discussão sobre alguns tópicos relacionados ao uso de cada procedimento.
- O capitulo 5 apresenta as conclusões.

2 CONCEITOS BÁSICOS

Este capítulo é dedicado aos conceitos básicos usados no desenvolvimento do Empilhamento Espectral e de suas aplicações. Novamente, não se busca, de forma alguma, esgotar esses assuntos, mas oferecer ao leitor os aspectos relevantes desses conceitos, de modo a possibilitar a plena compreensão do trabalho descrito nesta tese.

2.1 Sinais Especiais

Com o objetivo de simplificar, buscou-se uniformizar a notação utilizada neste texto, isso porque os assuntos abordados neste capítulo são amplamente discutidos na literatura e os autores usam notações distintas. Convencionou-se que o sinal contínuo será representado por uma função utilizando parênteses, de modo que $x(t)$: $\mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{C}$ relaciona a variável independente $t \in \mathbb{R}$ a um valor $x(t) \in \mathbb{C}$. Enquanto o sinal discreto, uma sequência de valores obtida do sinal contínuo e amostrada em um intervalo constante, será representado por uma função utilizando colchetes, tal que $x[n] : \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{C}$ relaciona a variável independente $n \in \mathbb{Z}$ a um valor $x[n] \in \mathbb{C}$.

A representação de $x(t)$ e $x[n]$ no espaço complexo $\mathbb{C}$ não prejudicará qualquer análise que venha a ser feita mais adiante, visto que, sinais reais são um caso particular dos sinais complexos.

2.1.1 Função sinal

A função sinal $sgn(t)$, ilustrada na Figura 1, é definida como:

$$sgn(t) = \begin{cases} -1, & \text{se } t < 0, \\ 0, & \text{se } t = 0, \\ 1, & \text{se } t > 0, \end{cases} \tag{1}$$

embora alguns textos possam considerá-la indefinida em $t = 0$ (Bracewell, 2000; Rosa, 2010). Essa função foi usada, especificamente, no algoritmo de máximos e mínimos locais (ver seção 3.1).

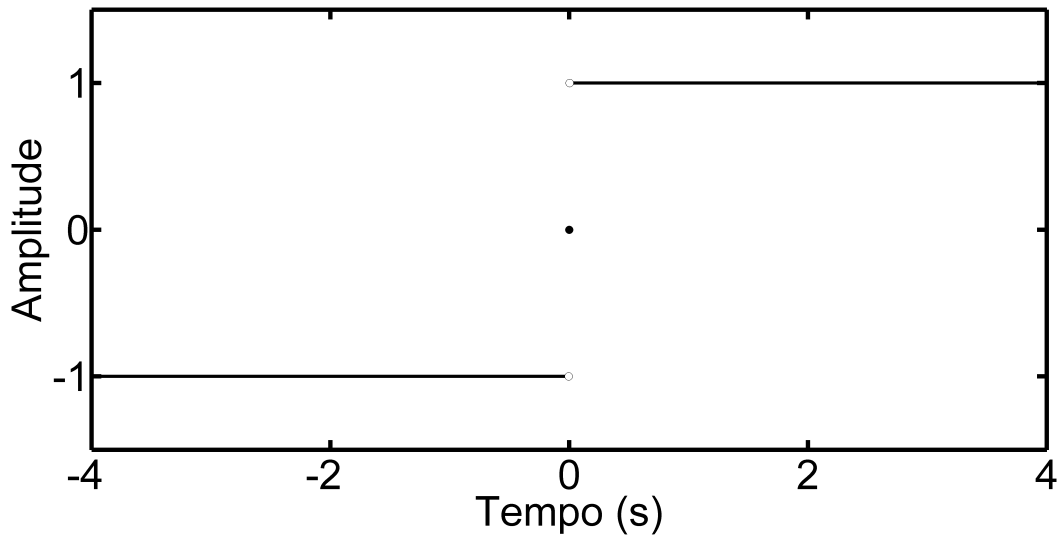


Figura 1 – Função $sign(t)$.

2.1.2 Degrau unitário

Também conhecido como *função de Heaviside* (Rosa, 2010), o degrau unitário, ilustrado na Figura 2, é definido como:

$$u(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t < 0, \\ \frac{1}{2}, & \text{se } t = 0, \\ 1, & \text{se } t > 0. \end{cases} \tag{2}$$

Essa função é apresentada, pois os coeficientes da correção de amplitude do Empilhamento Espectral se assemelham a uma combinação de degraus com diferentes escalas (ver seção 4.1).

2.1.3 Função caixa

A função caixa, ilustrada na Figura 3, é uma função que possui um valor constante dentro de um intervalo e é nulo fora dele. No contexto de filtragem de sinal sísmico, uma definição comum é:

$$\prod(t) = \begin{cases} 1, & \text{se } \mid t \mid \leq t_o, \\ 0, & \text{se } \mid t \mid > t_o, \end{cases} \tag{3}$$

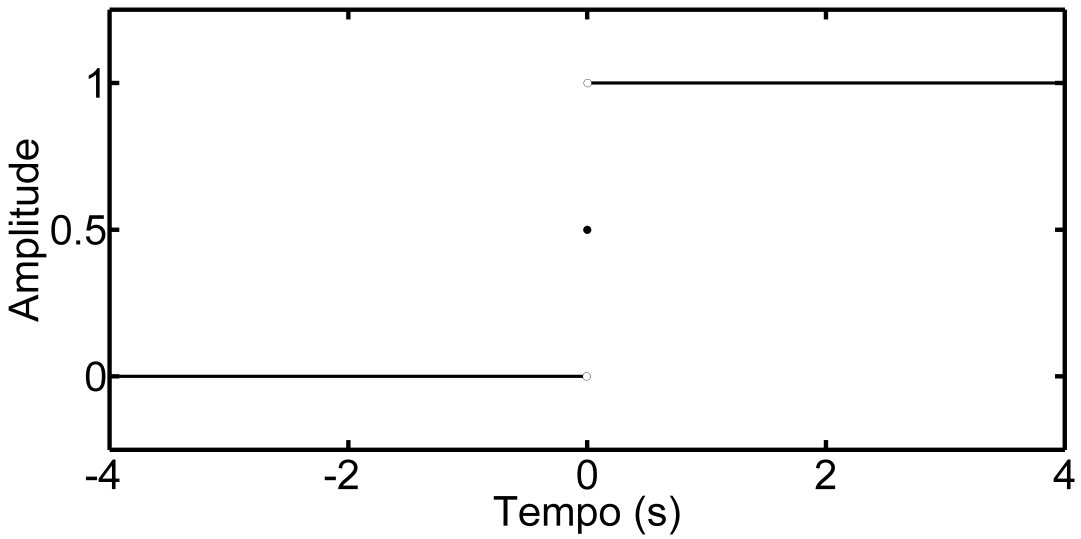


Figura 2 – Degrau unitário.

sendo t_o um tempo positivo qualquer. Cabe notar que $\prod(t)$ possui altura unitária, base igual a $2t_o$ e está centrada em $t_o = 0$.

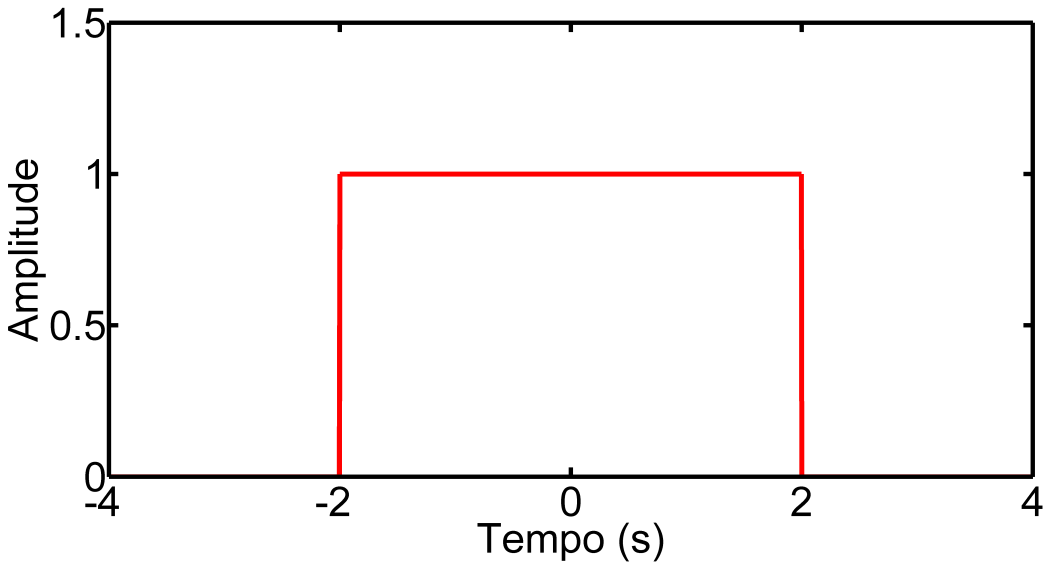


Figura 3 – Função caixa. Neste exemplo, nota-se que $t_o = 2\ s$.

2.1.4 Função Sinc

A função $sinc(t)$, ilustrada na Figura 4, é definida como:

$$sinc(t) = \frac{sen(\pi t)}{\pi t}. \tag{4}$$

Uma propriedade dessa função é a de possuir valores nulos para t igual a um número inteiro diferente de zero e valor unitário para t igual a zero. Além disso, possui área unitária, ou seja, $\int \frac{sen(\pi t)}{\pi t} dt = 1$. Uma forma alternativa no domínio discreto (Smith et al., 1997) é dada por:

$$sinc[k] = \frac{sen\left(N_o \pi k/N\right)}{sen\left(\pi k/N\right)}, \tag{5}$$

sendo k, N_o e N inteiros. Vale notar a semelhança entre a equação 5 e a última linha da Tabela 1. A equação 5 representa uma função $sinc$ periódica com período N e valor máximo igual a N_o para valores de k múltiplos de N. Os valores nulos da equação 5 ocorrem para k igual a um múltiplo de N/N_o. As Figuras 4 e 5 ilustram as equações 4 e 5, respectivamente.

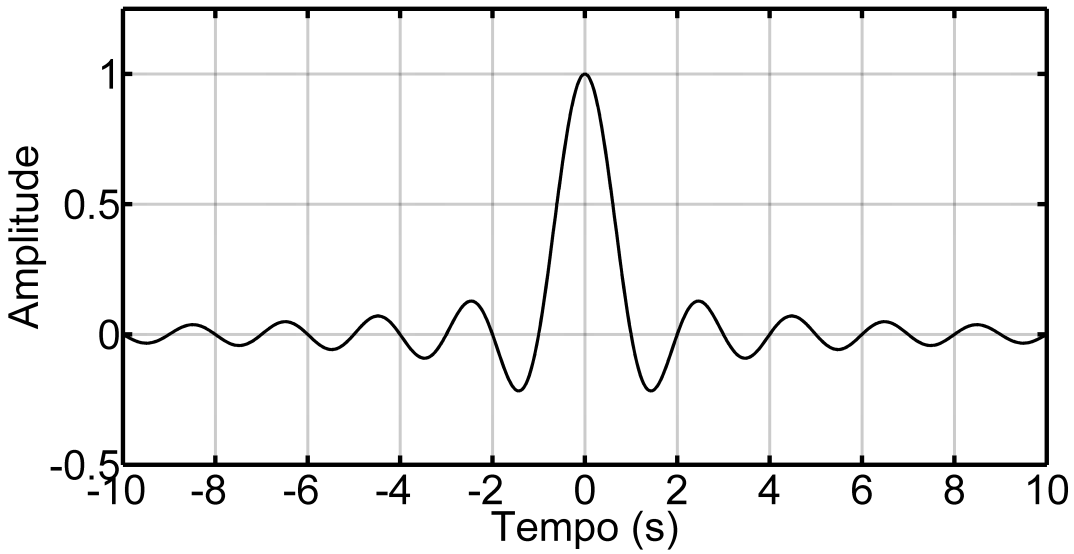


Figura 4 – Função sinc.

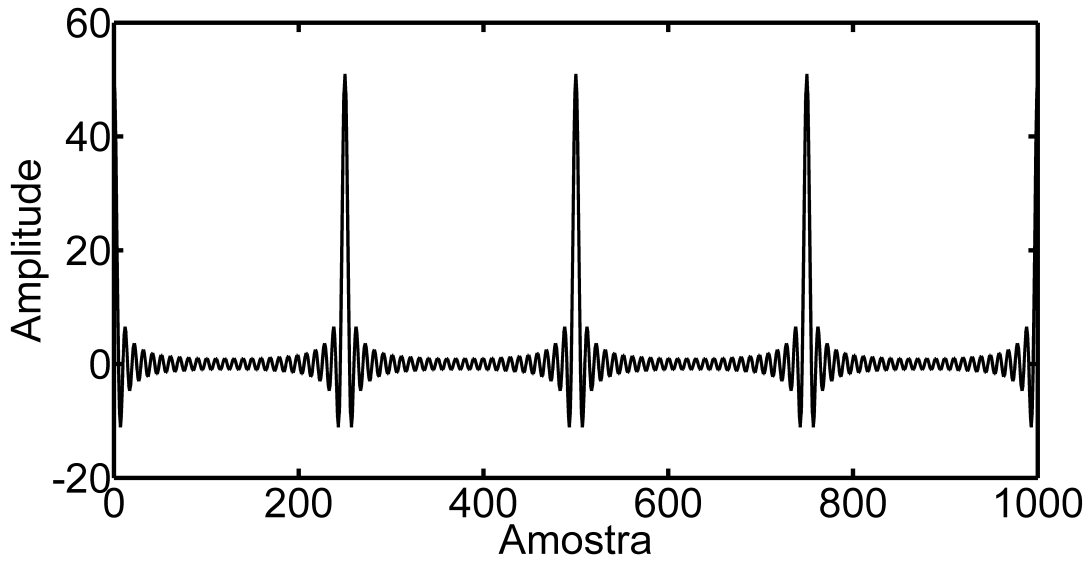


Figura 5 – Função sinc periódica com $N_o = 51$ e $N = 250$.

2.1.5 Função Gaussiana

A função Gaussiana $g(t)$, ilustrada na Figura 6, é uma função exponencial dada por:

$$g(t) = A \exp^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \tag{6}$$

no qual A é o valor máximo da função, μ é o instante em que ocorre este máximo e σ é um parâmetro que define a forma da função Gaussiana. Na Estatística, a função Gaussiana é empregada para representar a função densidade de probabilidade de uma distribuição normal com média μ e desvio padrão σ.

Essa é a função de maior destaque na tese. A premissa adotada no método de deconvolução proposto assume que o pulso, registrado no sinal sísmico, é um pulso Ricker. O pulso Ricker, por sua vez, pode ser visto como a derivada segunda de uma função Gaussiana (seção 2.4). O ganho de resolução, apontado pela técnica de radicialização do espectro amplitude (seção 3.3), está diretamente relacionado com a forma (σ) da função Gaussiana. O domínio criado para a aplicação do Empilhamento Espectral converte as formas de onda do sinal sísmico em Gaussianas (pulso gaussiano).

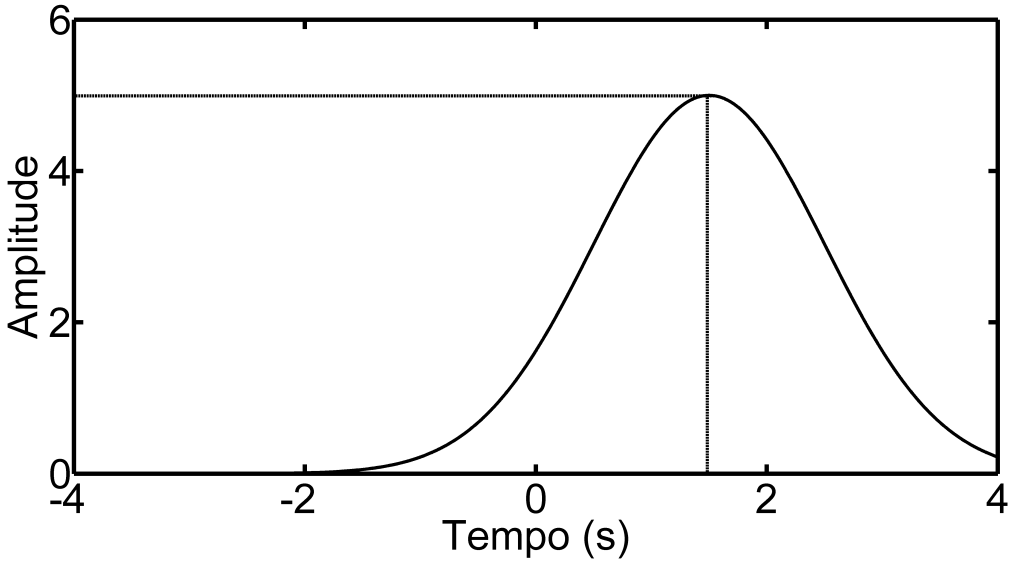


Figura 6 – Função Gaussiana com $A = 5$, $\mu = 1.5\ s$ e $\sigma = 1$.

2.1.6 Impulso unitário

O impulso unitário, ilustrado na Figura 7, é um sinal de grande importância na geofísica, especialmente, na construção de filtros e a sua representação, no caso contínuo, pode ser obtida por uma relação $\delta(t)$, conhecida como delta de Dirac e definida por:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & \text{se } t \neq 0, \\ \infty, & \text{se } t = 0, \end{cases} \tag{7}$$

com:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1. \tag{8}$$

A relação dada pelas equações 7 e 8 não deve ser entendida como uma função e sim como uma distribuição. Apesar de não ser o propósito desta tese discursar sobre o formalismo matemático envolvido na construção do delta de Dirac, cabe destacar um aspecto relevante nessa questão. Funções levam um ponto de um conjunto a um único ponto de um outro conjunto. Distribuições levam um conjunto (uma função) a um ponto. No caso do delta de Dirac, essa característica é uma propriedade conhecida

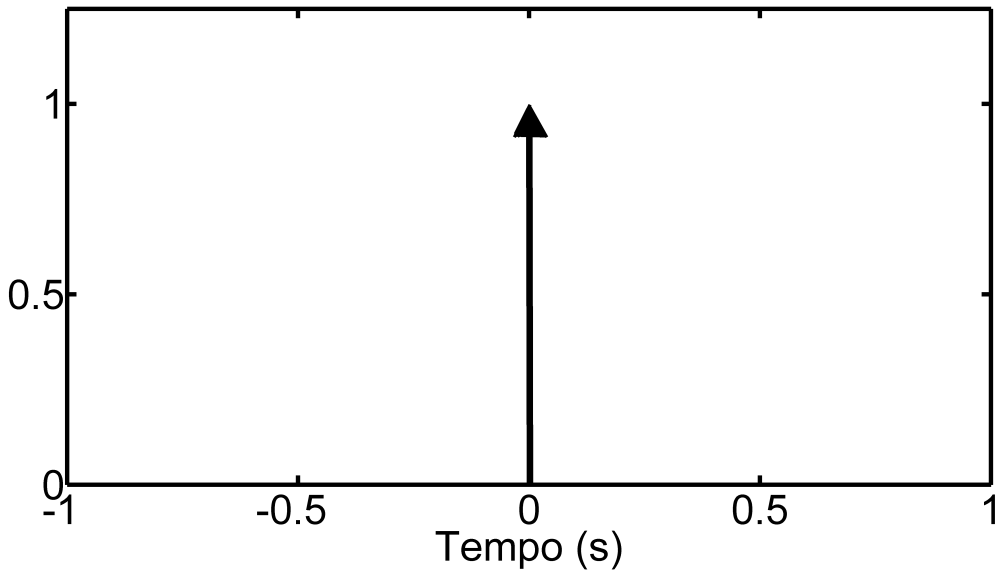


Figura 7 – Delta de Dirac. A altura da flecha representa a área sob o delta e não a amplitude, que tende ao infinito.

como filtragem (Butkov, 1988), definida por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)\delta(t)dt = \phi(0), \tag{9}$$

sendo $\phi(t)$ chamada de *função teste*.

As vezes é mais conveniente representar o impulso unitário através do seu análogo discreto, o delta de Kronecker, definido por:

$$\delta[n] = \begin{cases} 0, & \text{se } n \neq 0, \\ 1, & \text{se } n = 0. \end{cases} \tag{10}$$

Cabe notar que a função delta de Kronecker é definida em $n = 0$. A propriedade de filtragem do delta de Kronecker é dada por:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \phi[n]\delta[n] = \phi[0]. \tag{11}$$

A equação 11 pode ser utilizada para representar uma sequência qualquer como uma combinação linear de impulsos (Oppenheim et al., 1999). Por exemplo, a sequência genérica $\phi[n]$ pode ser expressa como:

$$\phi[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \phi[k]\delta[n-k]. \tag{12}$$

A equação 12 é chamada de *decomposição por impulsos* e a sua correspondente para funções contínuas é expressa por:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau)\delta(t-\tau)d\tau = \phi(t). \tag{13}$$

2.1.7 Pulso Ricker

"*Qual é a forma da perturbação sísmica que emana da detonação de uma carga de dinamite na terra e quais as leis de propagação dessa perturbação?*"(Ricker, 1953a, tradução própria). Em seu trabalho, Ricker (1953a) fez esse questionamento e para determinar apropriadamente a forma da onda sísmica, usou a equação da onda para um meio homogêneo viscoelástico (Ricker, 1944). Os resultados da sua pesquisa permitiram descrever a forma da perturbação, cuja expressão teórica é dada por:

$$w(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{a^2}{2} - 1\right)\exp\left(-\frac{a^2}{4}\right), \tag{14}$$

$$\text{com:} \qquad a = 2\pi f_p t,$$

sendo t o tempo em segundos e f_p a frequência de pico em Hertz. A equação 14 é conhecida como pulso Ricker. Matematicamente, o pulso Ricker é a derivada segunda da função Gaussiana dada por:

$$g_r(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\exp\left(-\frac{a^2}{4}\right). \tag{15}$$

Além disso, o pulso Ricker é um pulso de fase zero, ou seja, um pulso que exibe simetria em torno do tempo igual a zero (Figura 8).

2.2 Transformada de Fourier

Os dados sísmicos de reflexão estão, normalmente, representados em função do tempo e das coordenadas espaciais. Entretanto, dependendo da utilização, pode ser vantajoso analisá-los no domínio da frequência, usando a transformada de Fourier

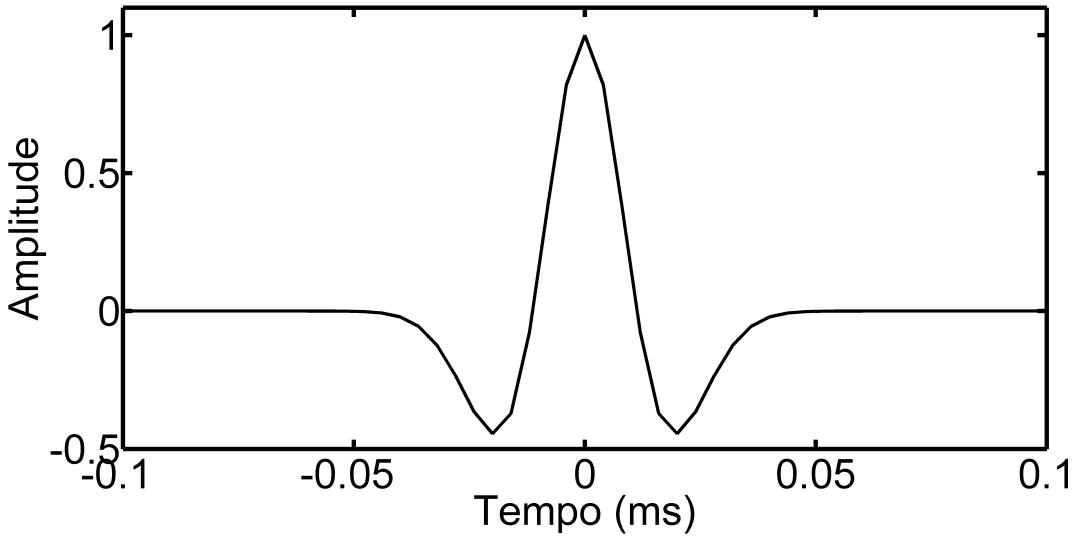


Figura 8 – Pulso Ricker. Nota-se a simetria em torno do tempo igual a zero.

para isso. Por exemplo, a mudança de domínio pode ser empregada para identificar e atenuar determinados componentes de frequência ou para simplificar um problema (convolução). A transformada discreta de Fourier é amplamente discutida na literatura (Poularikas, 2010; Smith et al., 1997; Sundararajan, 2001; Bracewell, 2000), mas a teoria apresentada nesta tese, seguiu a abordagem de Oppenheim et al. (1999).

Seja $x[n]$ um sinal de tempo discreto com um número finito de amostras $N \in \mathbb{N}$, de modo que:

$$x[n] = 0, \qquad n \notin [0, N-1]. \tag{16}$$

Admite-se que $x[n]$ possui transformada de Fourier discreta $\Im\{x[n]\} \in \mathbb{C}$ definida por:

$$\Im\{x[n]\} = X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}, \qquad k \in [0, N-1], \tag{17}$$

$$\text{com:} \qquad W_N = \exp\left(-i\frac{2\pi}{N}\right).$$

A transformada inversa de $X[k]$ é definida por:

$$\Im^{-1}\{X[k]\} = x[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}, \quad n \in [0, N-1]. \tag{18}$$

Para o caso contínuo, a transformada de Fourier de uma função $x(t)$ é dada por:

$$\Im\{x(t)\} = X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(-i\omega t) dt, \tag{19}$$

sendo a transformada inversa:

$$\Im^{-1}\{X(\omega)\} = x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \tag{20}$$

O par de transformadas de Fourier é dado pela notação:

$$x[n] \Leftrightarrow X[k], \tag{21}$$

$$x(t) \Leftrightarrow X(\omega). \tag{22}$$

2.2.1 Propriedades da Transformada de Fourier

Dado que o sinal sísmico é regularmente amostrado e de duração finita, é conveniente utilizar a versão discreta da transformada de Fourier (DFT). A convenção adotada nesta tese assume que $x[n]$ e $X[k]$ possuem o mesmo tamanho N. Ademais, a primeira amostra de $x[n]$ e a primeira amostra de $X[k]$ começam em $n = 0$ e $k = 0$, respectivamente. A Tabela 1 apresenta alguns pares de transformadas de Fourier, enquanto a Tabela 2 resume as propriedades básicas da DFT. As propriedades mais relevantes para esta tese são apresentadas a seguir.

Tabela 1 – Pares de Transformada de Fourier Discreta.

SINAL	**DFT**
$\delta[n]$	1
$\delta[n - n_o]$	$W_N^{kn_o}$
$x[n] = 1$	$N\delta[k]$
$u[n]$	$\frac{N}{2}\delta[k] + \frac{1}{\left(1 - W_N^k\right)}$
$x[n] = \begin{cases} 1, & n \leq N_o \\ 0, & n > N_o \end{cases}$	$W_N^{(N_o k/2)} \frac{sen\left((N_o + 1)\pi k/N\right)}{sen\left(\pi k/N\right)}$

1. **Periodicidade**

$$X[k + N] = X[k]. \tag{23}$$

Da equação 17, têm-se:

$$\begin{aligned} X[k+N] &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{(k+N)n}, && (24)\\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-ik\frac{2\pi n}{N}\right) \exp\left(-iN\frac{2\pi n}{N}\right), && (25)\\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \exp\left(-ik\frac{2\pi n}{N}\right) \exp\left(-i2\pi n\right), && (26)\\ &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n] W_N^{kn}, && (27)\\ &= X[k]. \end{aligned}$$

De forma análoga:

$$x[n+N] = x[n], \tag{28}$$

ou seja, o sinal discreto e finito no domínio do tempo é visto pela DFT como um período de um sinal periódico.

2. **Simetria**

$$Nx[-k] \Leftrightarrow X[n]. \tag{29}$$

Da equação 17, obtêm-se:

$$\begin{aligned} x[n] &= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}, && (30)\\ Nx[n] &= \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{-kn}, && (31)\\ Nx[-n] &= \sum_{k=0}^{N-1} X[k] W_N^{kn}, && (32)\\ Nx[-k] &= \sum_{n=0}^{N-1} X[n] W_N^{kn}, && (33)\\ &= \Im\{X[n]\}. \end{aligned}$$

Nota-se a substituição de $(n \rightarrow -n)$ na equação 32 e a permutação $(n \leftrightarrow k)$ na equação 33.

3. **Translação no tempo**

$$x[n - n_o] \Leftrightarrow W_N^{kn_o} X[k]. \tag{34}$$

Usando-se a equação 17:

$$\begin{aligned}
\Im\{x[n - n_o]\} &= \sum_{n=0}^{N-1} x[n - n_o] W_N^{kn}, && (35)\\
&= \sum_{m=-n_o}^{N-n_o-1} x[m] W_N^{k(m+n_o)}, && (36)\\
&= W_N^{kn_o} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] W_N^{km}, && (37)\\
&= W_N^{kn_o} X[k].
\end{aligned}$$

Na equação 36, houve a mudança de variável ($n - n_o \rightarrow m$). Já na equação 37, a propriedade da periodicidade foi usada para substituir os índices do somatório com $m < 0$, a saber, os índices $m = [-n_o, -n_o + 1, \ldots, -1]$ foram substituídos pelos índices $m + N = [N - n_o, N - n_o + 1, \ldots, N - 1]$.

4. **Convolução**

$$x_1[n] \odot x_2[n] \Leftrightarrow X_1[k] \cdot X_2[k]. \tag{38}$$

Usando-se a equação 16 e a equação 34, têm-se:

$$\begin{aligned}
\Im\{x_1[n] \odot x_2[n]\} &= \sum_{n=0}^{N-1} \left(\sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] x_2[n - m] \right) W_N^{kn}, && (39)\\
&= \sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] \left(\sum_{n=0}^{N-1} x_2[n - m] \right) W_N^{kn}, && (40)\\
&= \sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] X_2[k] W_N^{km}, && (41)\\
&= \left(\sum_{m=0}^{N-1} x_1[m] W_N^{km} \right) X_2[k], && (42)\\
&= X_1[k] \cdot X_2[k].
\end{aligned}$$

Observa-se que na equação 38 foi empregada a convolução circular (seção 2.3) e não a convolução linear. Como apontado anteriormente, a DFT trata um

sinal discreto como periódico de período N. Sendo assim, os índices devem ser restritos ao período em questão, tal como numa convolução circular de período N.

Tabela 2 – Propriedades básicas da DFT.

PROPRIEDADE	**SINAL**	**DFT**
Linearidade	$a_1x_1[n] + a_2x_2[n]$	$a_1X_1[k] + a_2X_2[k]$
Deslocamento no tempo	$x[n - n_o]$	$W_N^{kn_o}X[k]$
Deslocamento na frequência	$W_N^{k_on}x[n]$	$X[k - k_o]$
Conjugação	$x^\dagger[n]$	$X[-k]$
Simetria	$X[n]$	$Nx[-k]$
Convolução	$x_1[n] \odot x_2[n]$	$X_1[k]X_2[k]$
Produto	$x_1[n]x_2[n]$	$\frac{1}{N}X_1[k] \odot X_2[k]$
Diferença finita	$x[n] - x[n-1]$	$\left(1 - W_N^k\right)X[k]$
Acumulação	$\sum_{m=-\infty}^{n} x[m]$	$\frac{N}{2}\delta[k]X[0] + \frac{1}{\left(1 - W_N^k\right)}X[k]$

2.3 Convolução Linear e Convolução Circular

A operação de convolução linear entre dois sinais $x(t)$ e $y(t)$ é definida por:

$$x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)y(t - \tau)d\tau, \tag{43}$$

e na versão discreta:

$$x[n] * y[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x[m]y[n - m], \tag{44}$$

sendo $*$ o operador de convolução linear. A operação de convolução linear (equação 44) também pode ser vista como um produto polinomial, sendo x e y os coeficientes dos polinômios.

Para calcular o tamanho da convolução, admite-se, inicialmente, que $x[n]$ e $y[n]$ possuem comprimento finito N_1 e N_2, respectivamente. Então, usando-se a equação 16 é possível concluir que a equação 44 será diferente de zero se:

$$x[m] \neq 0 \Rightarrow m \leq N_1 - 1, \tag{45}$$

e:

$$y[n-m] \neq 0 \Rightarrow n - m \leq N_2 - 1 \Rightarrow m \geq n - N_2 + 1. \tag{46}$$

Logo:

$$x[n] * y[n] = \sum_{m=n-N_2+1}^{N_1-1} x[m]y[n-m]. \tag{47}$$

Isso implica que:

$$n - N_2 + 1 \leq N_1 - 1 \Rightarrow n \leq N_2 + N_1 - 2. \tag{48}$$

Da equação 48, conclui-se que o tamanho máximo da convolução N_3 entre os sinais $x[n]$ e $y[n]$ é definido por:

$$N_3 = N_2 + N_1 - 1. \tag{49}$$

As propriedades básicas da convolução encontram-se resumidas na Tabela 3.

Tabela 3 – Propriedades da convolução.

PROPRIEDADE	**OPERAÇÃO**
Comutatividade	$x_1(t) * x_2(t) = x_2(t) * x_1(t)$
Associatividade	$(x_1(t) * x_2(t)) * x_3(t) = x_1(t) * (x_2(t) * x_3(t))$
Distributividade	$x_1(t) * (x_2(t) + x_3(t)) = x_1(t) * x_2(t) + x_1(t) * x_3(t)$
Homogeneidade	$(\alpha x_1(t)) * (\beta x_2(t)) = \alpha\beta\,(x_2(t) * x_1(t))$
Derivada	$\frac{d}{dt}(x_1(t) * x_2(t)) = \frac{dx_1(t)}{dt} * x_2(t) = x_1(t) * \frac{dx_2(t)}{dt}$
Impulso	$x(t) * \delta(t) = x(t)$

A sequência periódica $\tilde{x}[n]$ de período N, associada a sequência $x[n]$, é dada por:

$$\tilde{x}[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} x[n - rN]. \tag{50}$$

Alternativamente, a equação 50 pode ser escrita como:

$$\tilde{x}[n] = x[((n))_N], \tag{51}$$

em que o termo $((n))_N$ denota n módulo N, ou seja, o resto da divisão de n por N. Para recuperar $x[n]$ a partir da sequência periódica $\tilde{x}[n]$, utiliza-se:

$$x[n] = \begin{cases} \tilde{x}[n], & \text{se } 0 \leq n \leq N-1, \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{52}$$

Sejam $\tilde{x}[n]$ and $\tilde{y}[n]$ duas sequências periódicas com período N. A convolução periódica é definida como:

$$\tilde{z}[n] = \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}[m]\tilde{y}[n-m]. \tag{53}$$

A sequência periódica $\tilde{z}[n]$ corresponde a extensão periódica de um sequência $z[n]$ de tamanho N. As equações 52 e 51 permitem escrever:

$$\begin{aligned} z[n] &= \sum_{m=0}^{N-1} \tilde{x}[m]\tilde{y}[n-m], \qquad 0 \leq n \leq N-1, \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} x[m]y[((n-m))_N]. \end{aligned} \tag{54}$$

A equação 54 é chamada de convolução circular e é denotada por:

$$z = x \odot y, \tag{55}$$

sendo $\odot$ a operação de convolução circular. Embora a convolução circular seja um pouco diferente da convolução linear (e.g., o somatório envolve apenas um único período e o termo deslocado, y na equação 54, repete periodicamente), existe uma relação entre ambas. Conforme apontado na equação 49, a convolução linear $h[n]$

de duas sequências de comprimento N tem tamanho $2N-1$. No entanto, a partir da equação 50, pode-se associar uma sequência periódica $\tilde{h}[n]$:

$$\tilde{h}[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} h[n - rN]. \tag{56}$$

Segue das equações 54 e 56 que um período de $\tilde{h}[n]$ equivale a uma convolução circular. Logo:

$$\begin{aligned} z[n] &= \sum_{r=-\infty}^{\infty} h[n - rN], \qquad 0 \leq n \leq N-1, \\ &= h[n] + \underbrace{\sum_{\substack{r=-\infty \\ r\neq 0}}^{\infty} h[n - rN]}_{\text{termos externos}}. \end{aligned} \tag{57}$$

Assim, a convolução circular de duas sequências finitas equivale a uma convolução linear de duas sequências mais os termos externos ao intervalo $0 \leq n \leq N-1$.

Geralmente, os termos externos são também chamados de *aliasing* temporal (OPPENHEIM et al., 1999). Essa é uma interpretação valiosa, conectando a convolução circular com a convolução linear, pois os termos de *aliasing* temporal da convolução circular podem ser vistos como o resultado de se "enrolar"a convolução linear sobre si mesma, conforme ilustrado na Figura 9. Essa relação é explorada nesta tese e constitui o ponto chave do método de Empilhamento Espectral.

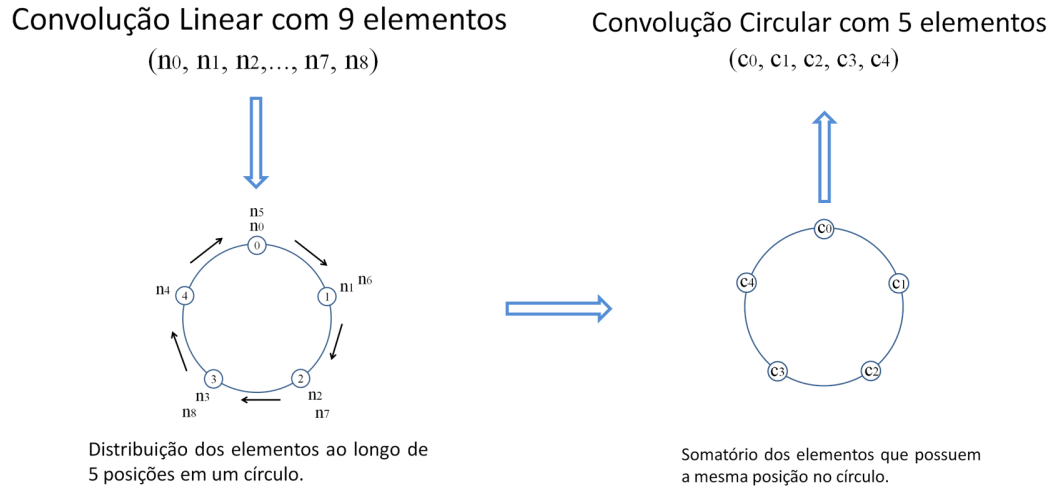


Figura 9 – Esquema da convolução circular a partir da convolução linear. O período possui valor 5.

2.4 Critérios de Resolução

"Resolução é a capacidade de separar dois eventos próximos, expressa pela menor distância que eles podem ter, sem perder a individualidade."(Duarte, 1997). Com relação aos dados sísmicos de reflexão, existem dois tipos de resolução: a resolução sísmica vertical e a resolução sísmica lateral. Nesta tese, destaca-se o interesse sobre a resolução sísmica vertical, que deste ponto em diante, será denominada apenas de resolução sísmica.

Okaya (1995) afirma que a resolução sísmica pode ser abordada através de dois aspectos: a detecção e a resolução, propriamente dita, das interfaces geológicas. Para a detecção, espera-se a ocorrência de um padrão de interferência das amplitudes conhecido como efeito de *tuning*. Enquanto, a resolução é uma questão de conteúdo de frequências. É importante o esclarecimento desses conceitos, pois, um evento detectável pode ou não ser resolvido. Sendo assim, um problema de resolução consiste em determinar como e onde separar eventos resolvidos dos eventos não resolvidos (Sheriff, 1997). Para quantificar essa separação, algum critério deve ser adotado. Nesta seção, abordam-se os critérios de resolução de Rayleigh e de Ricker.

O critério de Rayleigh tem seus princípios baseados na ótica. Para ilustrar o conceito, considera-se um experimento em que um feixe de luz monocromática atravessa uma placa com um orifício de diâmetro pequeno e atinge um anteparo.

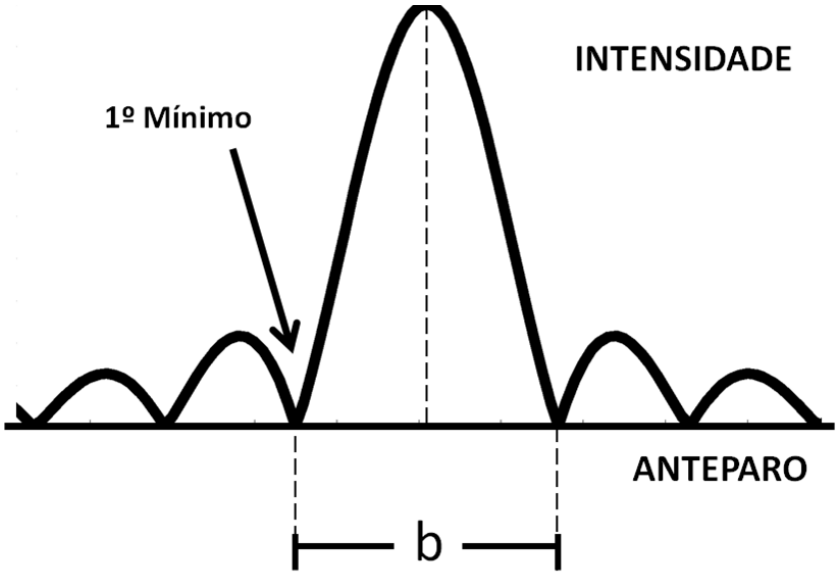


Figura 10 – Critério de Rayleigh (Modificado de Kallweit e Wood, 1982). O parâmetro b representa a distância entre os dois primeiros mínimos da difração.

A luz, ao passar pelo orifício da placa, apresenta um padrão de difração, como no esquema ilustrado na Figura 10. Com base nos princípios físicos envolvidos, pode-se afirmar que a largura do máximo central (distância entre os dois primeiros mínimos) é inversamente proporcional à abertura do orifício na placa. Sendo assim, qual a menor distância entre duas imagens de modo que ainda seja possível distingui-las no anteparo? A resposta para essa pergunta é o limite de resolução dado pelo critério de Rayleigh.

O critério de resolução de Rayleigh afirma que duas imagens podem ser resolvidas quando o máximo central do padrão de difração de uma estiver sobre o primeiro mínimo do padrão de difração da outra. Em outras palavras, duas interfaces podem ser resolvidas quando o intervalo de separação for maior ou igual ao intervalo entre pico e vale do padrão de difração do instrumento ótico (Kallweit e Wood, 1982). Nota-se que a resolução pelo critério de Rayleigh equivale a metade do parâmetro b. A frequência dominante f_d está relacionada com parâmetro b através da equação:

$$f_d = \frac{1}{b}. \tag{58}$$

Na sísmica, o limite de resolução pode ser usado para definir a espessura mínima (topo e base) de uma camada geológica, de modo a distingui-la de uma única interface refletora. Se Z_1 é a espessura da camada no limite do critério de Rayleigh, logo:

$$Z_1 = \frac{bV}{4}, \tag{59}$$

$$= \frac{V}{4f_d}, \tag{60}$$

$$= \frac{\lambda_d}{4}. \tag{61}$$

Nas equações 59 a 61 foi usada a relação $V = \lambda_d f_d$ e a correção de tempo duplo. Elas mostram que o limite de resolução pelo critério de Rayleigh é $1/4$ do comprimento de onda da frequência dominante.

Para descrever o limite de resolução sísmica, Ricker (1953a) usou uma combinação linear das formas de onda do sinal sísmico em função do intervalo de separação e observou que os lóbulos centrais mostravam picos menores a medida em que o intervalo de separação diminuia, até o ponto em que os lóbulos centrais se combinavam, formando um único pico com amplitude maior. Ele observou que o limite de

resolução ocorria para o intervalo de separação onde a curvatura do lóbulo central da forma de onda resultante era nula.

O procedimento proposto por Ricker (1953a) pode ser descrito, matematicamente, como a convolução de um pulso de fase zero (pulso Ricker) com duas deltas de Dirac positivas, separadas por um intervalo $2T$. Usando-se a decomposição por impulso (equação 13) e a definição de convolução (equação 43), o sinal resultante $s(t,T)$ pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} s(t,T) &= w(t) * \delta(t+T) + w(t) * \delta(t-T), \\ &= w(t+T) + w(t-T). \end{aligned} \tag{62}$$

A curvatura nula implica que a segunda derivada com relação ao tempo no instante $t = 0$ deve ser zero, ou seja:

$$\frac{d^2 w(T)}{dt^2} + \frac{d^2 w(-T)}{dt^2} = 0. \tag{63}$$

Visto que o pulso de fase zero e sua derivada segunda exibem simetria no tempo, conclui-se que:

$$\frac{d^2 w(T)}{dt^2} = 0. \tag{64}$$

Dessa forma, T é o valor que corresponde ao ponto de inflexão do lóbulo central da pulso sísmico. De acordo com o critério de Ricker, o limite de resolução ocorre quando o intervalo de separação for igual ao intervalo entre os pontos de inflexão do lóbulo central do pulso, conforme esquema representado na Figura 11.

A resolução pelo critério de Ricker, em termos de f_d, pode ser escrita como:

$$2T = \frac{1}{2,31 f_d}. \tag{65}$$

A espessura da camada Z_2 no limite do critério de Ricker é dada por:

$$Z_2 = TV, \tag{66}$$

$$= \frac{V}{4,62 f_d}, \tag{67}$$

$$= \frac{\lambda_d}{4,62}. \tag{68}$$

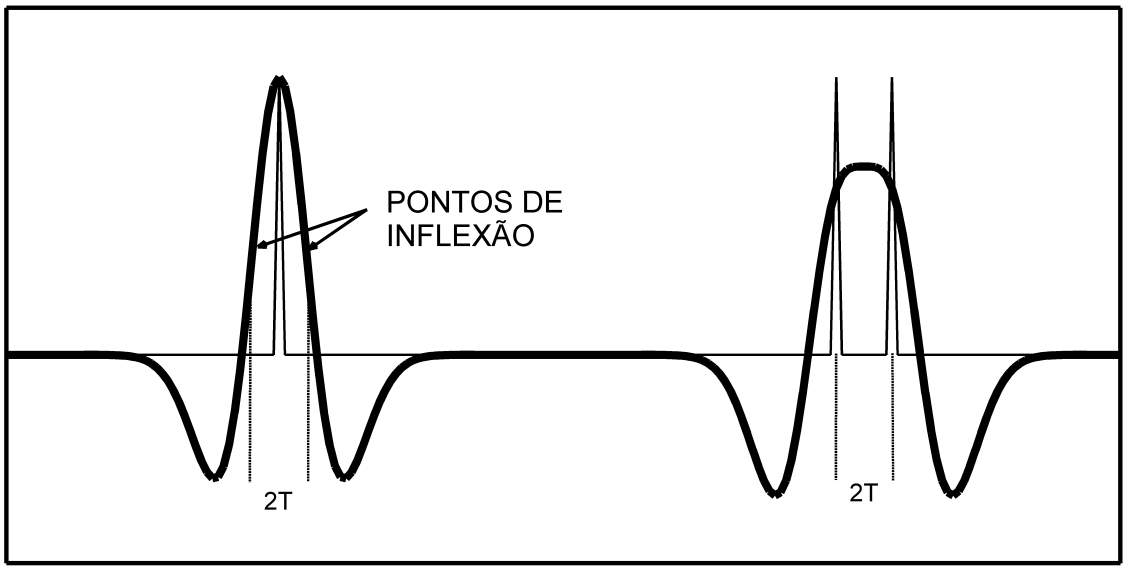


Figura 11 – Critério de Ricker. 2T é o limite de resolução.

2.5 Deconvolução

A mais simples descrição matemática do sinal sísmico é devida ao modelo convolucional, que corresponde à convolução do pulso sísmico com a série de coeficientes de reflexão, como indicado na seguinte equação:

$$s(t) = w(t) * r(t) + \eta, \tag{69}$$

em que $s(t)$ é o sinal sísmico, $w(t)$ é o pulso sísmico, $r(t)$ representa os coeficientes de reflexão e η é o ruído aleatório (Sheriff e Geldart, 1995; Yilmaz, 2001; Rosa, 2010). Nesse modelo simplificado, alguns efeitos de propagação da onda sísmica são desconsiderados como, por exemplo, múltiplas, divergência esférica e absorção. Dessa forma, o sinal sísmico, idealizado por meio do modelo convolucional, admite um certo nível de aproximação, sendo necessário lançar mão de premissas para representá-lo adequadamente. Dentre as premissas do modelo convolucional (Yilmaz, 2001), destacam-se:

- Camadas horizontais com velocidade constante;
- Incidência normal na interface entre camadas;
- Forma do pulso não se altera ao longo da sua propagação.

O conhecimento do pulso sísmico pode ser suficiente para se obter uma estimativa razoável do valor dos coeficientes de reflexão (Rosa, 2010). Da mesma forma, é fundamental a aplicação de um processo que não só defina a forma do pulso, como também remova os seus efeitos. Esse processo é chamado de deconvolução da assinatura sísmica ou, simplesmente, deconvolução. Ela é uma das etapas mais importantes no condicionamento dos dados sísmicos, pois, melhora a resolução, o que permite identificar com mais detalhes as feições da subsuperfície.

Ainda que a deconvolução possa ser usada para remover ruídos coerentes, incluindo fantasmas e múltiplas (Robinson, 1967; Yilmaz, 2001; Verschuur, 2013), nesta tese, o termo deconvolução está associado à operação que visa comprimir o pulso sísmico. Desse modo, desconsideram-se os ruídos supracitados, assumindo-se que estes tenham sido tratados e removidos do sinal sísmico de forma adequada. Ao se comprimir o pulso sísmico, busca-se aproximar a sua forma a de um impulso e, a partir das propriedades apresentadas na secção 2.3, estimar os coeficientes de reflexão.

2.5.1 Deconvolução determinística

Neste tipo de deconvolução, considera-se que o pulso sísmico é conhecido. Sendo assim, aplica-se um filtro $f(t)$ ao pulso sísmico de modo a transformá-lo em um impulso. Esse filtro pode ser representado como:

$$w(t) * f(t) = \delta(t), \tag{70}$$

em que $\delta(t)$ é a função delta. A equação 70 pode ser reescrita na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} w_0 & 0 & \dots & 0 \\ w_1 & w_0 & \dots & 0 \\ \vdots & w_1 & \ddots & \vdots \\ w_m & \vdots & \ddots & w_0 \\ 0 & w_m & \dots & w_1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{71}$$

ou na forma compacta:

$$\mathbf{W}f = d. \tag{72}$$

A equação 72 representa um problema de otimização cuja solução pode ser obtida através do método dos mínimos quadrados.

Seja $\mathbf{e} = \mathbf{W}f - d$ o vetor-erro que resulta da aproximação de d a partir de f. A solução por mínimos quadrados busca encontrar o valor de f que minimiza $\|\mathbf{e}\|^2$. Seja também $\mathbf{U}$ o espaço-coluna de $\mathbf{W}$, ou seja, todas as possíveis combinações lineares dos vetores-coluna de W. Consequentemente, o produto matricial $\mathbf{W}f$ pertence ao espaço-coluna $\mathbf{U}$ (Anton e Rorres, 2001).

Resolver o problema de mínimos quadrados significar encontrar um vetor f tal que $\mathbf{W}f$ é o vetor em $\mathbf{U}$ mais próximo de d. Para cada vetor u em $\mathbf{U}$ é possível escrever:

$$d - u = (d - proj_u d) + (proj_u d - u)\,, \tag{73}$$

sendo $proj_u d$ a projeção ortogonal do vetor d em $\mathbf{U}$. A diferença $proj_u d - u$ pertence a $\mathbf{U}$, enquanto $d - proj_u d$ é ortogonal a U, de modo que as duas parcelas entre parênteses são ortogonais entre si. Assim, pelo Teorema de Pitágoras:

$$\|d - u\|^2 = \|d - proj_u d\|^2 + \|proj_u d - u\|^2\,. \tag{74}$$

Se $proj_u d \neq u$, então:

$$\|d - u\| > \|d - proj_u d\|\,. \tag{75}$$

A equação 75 representa o teorema da melhor aproximação (Anton e Rorres, 2001). Esse teorema indica que o vetor em $\mathbf{U}$ mais próximo de d é a projeção ortogonal de d em $\mathbf{U}$. A solução por mínimos quadrados f deve satisfazer:

$$proj_u d = \mathbf{W}f. \tag{76}$$

Visto que $d - \mathbf{W}f$ é ortogonal a $\mathbf{U}$, $d - \mathbf{W}f$ está no espaço-nulo de $\mathbf{W}^T$, pois, $\mathbf{U}$ é o espaço-coluna de $\mathbf{W}$. Logo:

$$\mathbf{W}^T (d - \mathbf{W}f) = 0, \tag{77}$$

ou, de forma equivalente:

$$\mathbf{W}^T\mathbf{W}\mathbf{f} = \mathbf{W}^T d. \tag{78}$$

A equação 78 é chamada de sistema normal associado a $d - \mathbf{W}f$, cujas equações que o compõem são chamadas de equações normais (Anton e Rorres, 2001). A Figura 12 mostra o esquema geométrico do método dos mínimos quadrados.

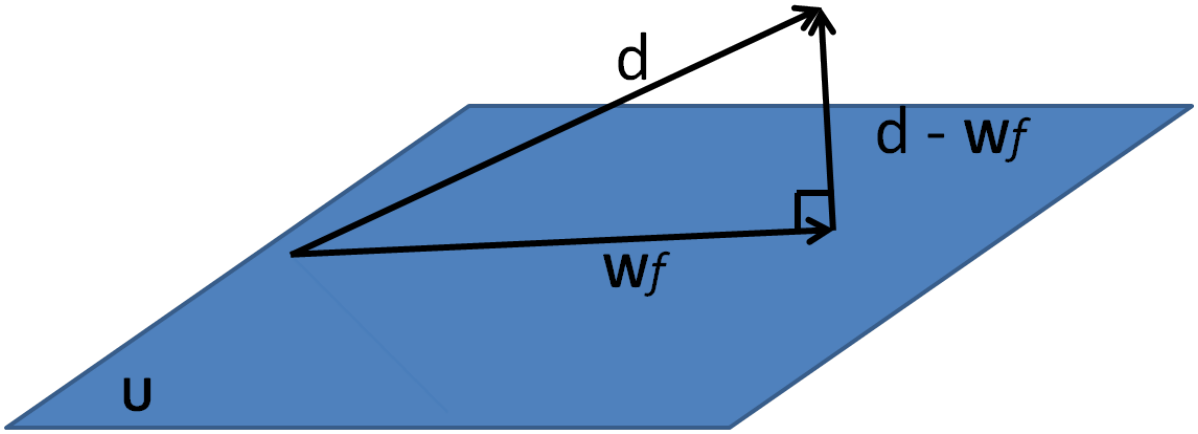


Figura 12 – Esquema geométrico do método dos mínimos quadrados.

O método dos mínimos quadrados é largamente discutido na literatura (Montgomery et al., 2001; Chatterjee e Hadi, 2015), mas nesta seção, seguiu-se a abordagem de Anton e Rorres (2001).

A equação 78 pode ser reescrita em termos da correlação ψ como:

$$\begin{bmatrix} \psi_{ww}(0) & \psi_{ww}(1) & \dots & \psi_{ww}(n) \\ \psi_{ww}(1) & \psi_{ww}(0) & \dots & \psi_{ww}(n-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{ww}(n) & \psi_{ww}(n-1) & \dots & \psi_{ww}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_0 \\ f_1 \\ \dots \\ f_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi_{dw}(0) \\ \psi_{dw}(1) \\ \vdots \\ \psi_{dw}(n) \end{bmatrix} \tag{79}$$

em que ψ_{ww} é a autocorrelação do pulso sísmico e ψ_{dw} é a correlação cruzada entre o pulso sísmico e a função delta. O filtro obtido a partir da equação 79 é chamado de filtro inverso de Wiener-Hopf (Rosa, 2010). Esse filtro inverso aproxima o pulso sísmico, segundo o critério de mínimos quadrados, a uma função desejada, neste caso, a uma função delta.

Supondo-se que o ruído é desprezível, decorre da equação 69 que $r(t)$ é a única variável desconhecida, podendo ser resolvida, no domínio do tempo, através da

convolução do sinal sísmico com o filtro inverso do pulso:

$$\begin{aligned} f(t) * s(t) &= f(t) * w(t) * r(t), \\ &= \delta(t) * r(t), \\ &= r(t). \end{aligned} \tag{80}$$

A equação 80 resume os princípios da deconvolução determinística no domínio do tempo, que consiste em encontrar um filtro inverso do pulso sísmico e convolvê-lo com o sinal sísmico para obter os coeficientes reflexão.

De acordo com as propriedades apresentadas na Tabela 1, sabe-se que a convolução no domínio do tempo equivale a multiplicação no domínio da frequência. Essa propriedade simplifica o processo de deconvolução. Desprezando-se o ruído aleatório, a equação 69 pode ser escrita, no domínio da frequência, como:

$$S(\omega) = W(\omega)R(\omega), \tag{81}$$

$$R(\omega) = \frac{S(\omega)}{W(\omega)}, \tag{82}$$

sendo $S(\omega)$, $W(\omega)$ e $R(\omega)$ os espectros do sinal sísmico, do pulso sísmico e dos coeficientes de reflexão, respectivamente. Através da equação 82, nota-se que o processo de deconvolução determinística, no domínio da frequência, se resume a uma divisão de espectros.

Ainda que a deconvolução pareça direta no domínio da frequência, existe o fato do sinal sísmico ser de banda limitada. Isso significa que o espectro de amplitude do sinal sísmico não possui determinados componentes de frequência. Como resultado, a equação 82 apresentará divisão por zero. Uma forma de evitar o problema é fazer uso da regularização por luz branca. O processo consiste em modificar a equação 82 e adicionar uma constante ao seu denominador, de tal forma que:

$$R(\omega) = \frac{S(\omega)W^{\dagger}(\omega)}{\|W(\omega)\|^2 + \epsilon}. \tag{83}$$

sendo ϵ uma constante real e $W^{\dagger}(\omega)$ o conjugado complexo de $W(\omega)$.

2.5.2 Deconvolução estatística

A principal dificuldade de se aplicar a deconvolução estatística reside no fato de que o pulso sísmico é desconhecido. Essa questão pode ser contornada adicionando-se mais uma premissa ao modelo convolucional:

- Os coeficientes de reflexão possuem espectro de amplitude branco.

Isso significa que a autocorrelação de $r(t)$ é um delta e todos os componentes de frequência estão presentes no espectro de amplitude de $R(\omega)$. Essa propriedade pode ser expressa como:

$$\phi_{rr} = E_r \delta(t), \tag{84}$$

no qual ϕ_{rr} é a autocorrelação dos coeficientes de reflexão e E_r é a energia de $r(t)$ (Rosa, 2010). A autocorrelação do sinal sísmico pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} s(t) \star s(t) &= (w(t) * r(t)) \star (w(t) * r(t)), \\ &= (w(t) * w(t)) \star (r(t) * r(t)), \\ \phi_{ss} &= \phi_{ww} \star \phi_{rr}, \end{aligned} \tag{85}$$

sendo $\star$ o operador de correlação. A equação 85 revela que a autocorrelação do sinal sísmico é igual a convolução da autocorrelação do pulso sísmico com a autocorrelação dos coeficientes de reflexão. Usando-se o resultado da equação 84, a equação 85 pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \phi_{ss}(t) &= \phi_{ww}(t) \star E_r \delta(t), \\ \phi_{ss}(t) &= E_r \phi_{ww}(t). \end{aligned} \tag{86}$$

Conclui-se que, a menos de um fator de escala, a autocorrelação do pulso sísmico equivale a autocorrelação do próprio traço. Dessa forma, a deconvolução pode ser feita através do filtro inverso de Wiener-Hopf (equação 79), calculado a partir do próprio traço sísmico. Este processo é chamado de deconvolução estatística.

Conforme indicado por Rosa (2010), a equação 86 apresenta uma importante questão. Sabe-se que o espectro de amplitude do pulso sísmico varia suavemente

em função da frequência. Portanto, ele não possui componentes de altas quefrências presentes no espectro de amplitude do sinal sísmico. A Quefrência, anagrama de frequência, é definida como a variável no domínio cepstrum, transformada inversa de Fourier do logaritmo da transformada de Fourier (Duarte, 1997). Pode ser entendida como a frequência do domínio da frequência. Os valores mais altos desses componentes são atribuídos ao espectro de amplitude dos coeficientes de reflexão. Sendo assim, surge a necessidade de modificar a equação 86, por meio de um operador $O(t)$ que atue, sobre a autocorrelação do sinal sísmico, como um filtro corta-altas quefrências, resultando numa estimativa mais realística do pulso sísmico.

Em termos do operador $O(t)$, a equação 86 pode ser reescrita como:

$$\phi_{ww}(t) = O(t)\phi_{ss}(t). \tag{87}$$

As funções mais comuns para $O(t)$ são as funções caixa (Rosa, 2010). Nota-se que a equação 87 corresponde a uma convolução no domínio da frequência. Isto é, a convolução de um operador com o espectro de potência do sinal sísmico resulta numa estimativa do espectro de potência do pulso sísmico.

De modo análogo, pode se pensar na convolução de um operador, no domínio da frequência, com o espectro de amplitude do traço sísmico, resultando no espectro de amplitude dos coeficientes de reflexão. Essa é a ideia central do desenvolvimento do Empilhamento Espectral, cujos detalhes serão discutidos no capítulo 3.

3 EMPILHAMENTO ESPECTRAL

Neste capítulo, são apresentadas as etapas do desenvolvimento do método de Empilhamento Espectral, desde a sua formulação, passando pela conexão com a convolução circular, até as aplicações: um filtro de nitidez e uma deconvolução.

3.1 O Método do Empilhamento Espectral

Na seção 2.3, foi mostrado que a convolução circular de duas sequências finitas equivale a uma convolução linear de duas sequências mais os termos externos ao período, chamados de *aliasing* temporal. Da mesma forma, foi mostrado que esses termos externos são somados periodicamente dentro de um único período. Neste tópico, essa propriedade é usada para formalizar o método do Empilhamento Espectral.

Seja $x_a[n]$ a série ilustrada na Figura 13(a), cujo espectro de amplitude, i.e., o valor absoluto de sua transformada discreta de Fourier, é dado pela Figura 13(b). Tal série possui intervalo de 4 s, taxa de amostragem de 4 ms e apenas um impulso unitário em 1,20 s, sendo nulas as demais amostras. Como esperado, o seu espectro possui amplitudes distribuídas uniformemente sobre todas as frequências (Tabela 1).

A série $x_b[n]$, ilustrada na Figura 13(c), possui as mesmas configurações da série $x_a[n]$, mas com adição de um novo impulso em 0,48 s. O seu espectro de amplitude, Figura 13(d), é diferente do espectro da série com apenas um impulso. Apesar de estar distribuído sobre todas as frequências, suas amplitudes não são constantes. Isso ocorre devido ao arranjo dos impulsos dentro do intervalo, caracterizando uma diferença relativa de fase entre as amostras que, por sua vez, implica em interferência construtiva ou destrutiva para determinadas frequências.

A série $x_c[n]$, representada pela Figura 13(e), também possui dois impulsos, sendo um em 0,48 s e o outro em 2,48 s. Cabe notar que os impulsos estão separados por 2 s, metade do intervalo e essa separação, no domínio da frequência, é marcada por diferenças de fase que são múltiplas de meio ciclo (π). Nota-se também a interferência, ora perfeitamente construtiva ($1 + 1 = 2$), ora perfeitamente destrutiva ($1 - 1 = 0$), justificando o padrão observado na Figura 13(f).

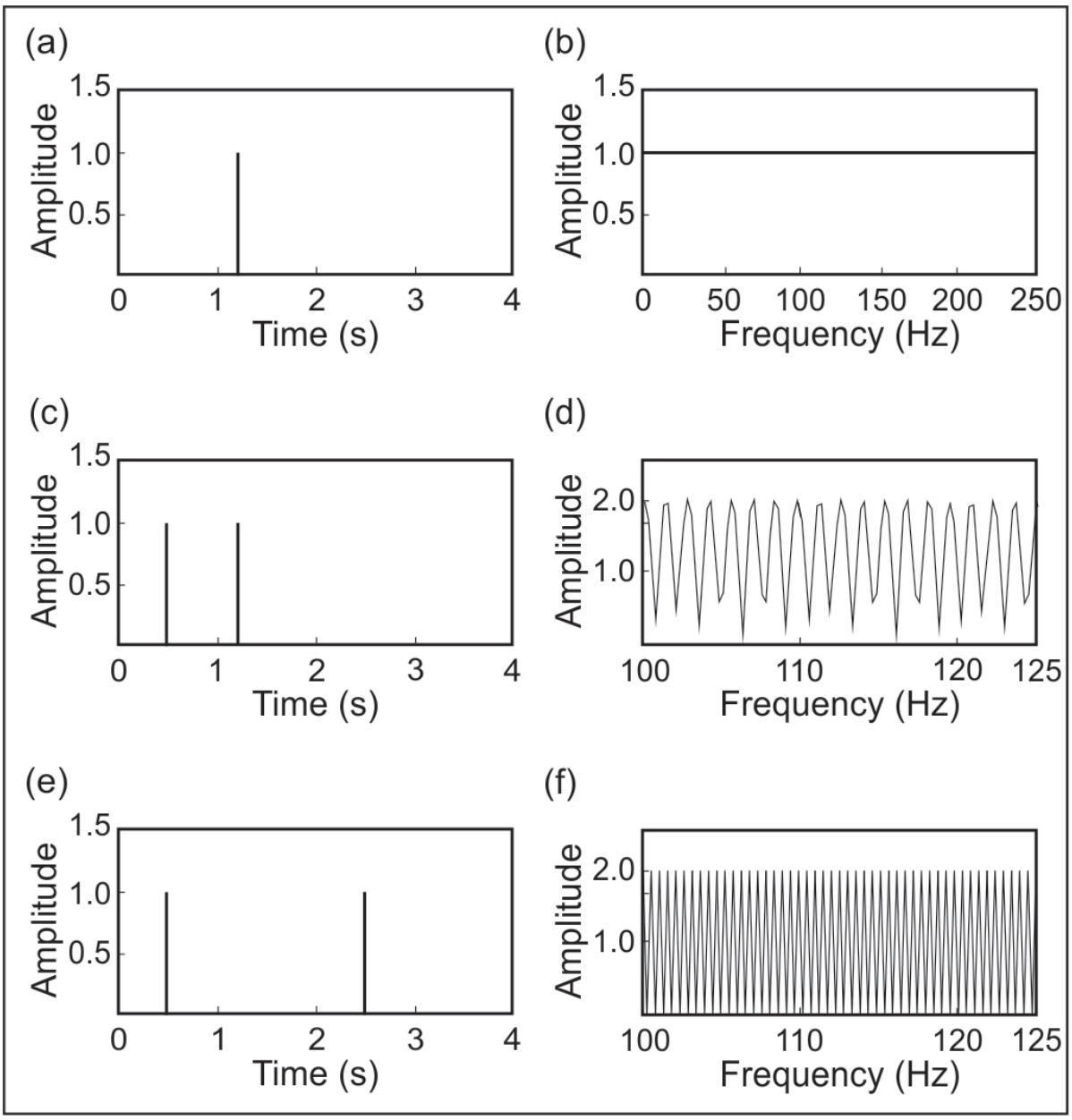


Figura 13 – Impulsos e seus respectivos espectros. (a) Um simples impulso; (b) espectro de amplitude do impulso em (a); (c) dois impulsos separados por um intervalo de 0,72 segundos; (d) espectro de amplitude dos impulsos em (c); (e) dois impulsos separados por metade do intervalo; (f) espectro de amplitude dos impulsos em (e).

Essa breve descrição serve para exemplificar como o arranjo dos impulsos está diretamente relacionado com a distribuição de amplitudes ao longo das frequências. Portanto, modificar a distribuição do espectro de amplitudes, requer atenção especial para sua correspondente distribuição no domínio do tempo. O método proposto trata

justamente dessa questão.

O objetivo do empilhamento espectral é estender o conteúdo de frequência e preservar a distribuição dos eventos sísmicos, sem adicionar artefatos (falsos eventos). No desenvolvimento do método, considera-se a existência de um deslocamento relativo entre cada evento no domínio do tempo. Decorre da propriedade de translação no tempo da transformada de Fourier (equação 34), que as amostras com mesmo deslocamento no tempo contribuem para o mesmo deslocamento de fase. Além disso, a equação 34 evidencia que o deslocamento na fase é linear com o índice k. Desse modo, os deslocamentos de fase podem ser relacionados diretamente com os índices.

Diante do exposto, deseja-se um conjunto de combinações S entre as amostras de X (transformada de Fourier do sinal x) e de Y (transformada de Fourier do filtro y). As sequências X e Y são definidas no mesmo intervalo e com o mesmo tamanho. Levando-se em conta a relação entre o deslocamento de fase e os índices, no domínio de Fourier, assumi-se S de tal forma que todas as combinações possíveis, tomadas duas a duas, possuam o mesmo deslocamento de fase. Se as diferenças relativas dos índices forem iguais a constante m, então:

$$\begin{aligned} S[m] &= X[k]Y[l], \\ &= X[m \pm l]Y[l], \\ &= X * Y. \end{aligned} \tag{88}$$

A equação 88 mostra que para se obter um conjunto de amostras com o mesmo deslocamento de fase, é necessário realizar uma convolução linear no domínio da frequência. Sendo isso possível, como um conjunto de amostras com o mesmo deslocamento de fase pode ser usado para estender o conteúdo de frequência?

A combinação S representa a tentativa de incorporar ou redistribuir as amplitudes em grupos com o mesmo deslocamento de fase do filtro y. Consequentemente, isso leva a uma convolução linear no domínio da frequência. Como informado pela equação 49, uma convolução linear entre dois vetores de mesmo tamanho N possui tamanho $2N - 1$. Esse resultado extrapola o limite de banda, cujo tamanho também é N, desde que N seja maior que um.

Além disso, a equação 1 mostra que a transformada de Fourier de um sinal discreto de tamanho N é periódica com mesmo tamanho. Por essa razão, a banda extrapolada pela convolução, valores de $S[m]$ com $m > N$, pode ser somada, harmonicamente, a parte que se manteve dentro dos limites da banda original, ou seja,

os valores $m \leq N$. Dessa forma, estende-se o conteúdo de frequência. Observa-se que tal procedimento corresponde à convolução circular de tamanho N, cujos termos externos da equação 57 são equivalentes à banda extrapolada.

Sendo assim, a equação 88 pode ser escrita como:

$$S = X \odot Y. \tag{89}$$

Aplicando-se a convolução circular entre S e X, o resultado, no domínio do tempo, pode ser expresso por:

$$\begin{aligned} \bar{X}_1 &= S \odot X, && (90)\\ &= \frac{1}{N^2}\left[X \odot X \odot Y\right], && (91)\\ &\Rightarrow \bar{x}_1 = \Im^{-1}[\bar{X}_1], && (92) \end{aligned}$$

sendo $\bar{x}_1$ o sinal filtrado. O índice subscrito indica o número de convoluções entre X e Y. Um detalhe importante na equação 91 é a normalização de cada convolução circular pelo tamanho N.

Este procedimento pode ser repetido um número arbitrário de vezes. A generalização da equação 91 para q repetições pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \bar{X}_q &= \frac{1}{N^{2q}}\left[\underbrace{X \odot X \odot Y \ ... \ X \odot Y}_{2q \text{ convoluções}}\right], && (93)\\ &\Rightarrow \bar{x}_q = \Im^{-1}[\bar{X}_q]. && (94) \end{aligned}$$

A repetição arbitrária da convolução circular entre o filtro e o sinal, no domínio da frequência, é definida nesta tese como o Empilhamento Espectral. Ressalta-se que para recuperar adequadamente a polaridade do sinal, q deve ser um número par.

3.2 Filtro de Nitidez

Como uma aplicação do método de Empilhamento Espectral, é apresentado um filtro de nitidez que distingue camadas mais finas que o critério de Rayleigh, porém mais espessas que o critério de Ricker. Como informado na seção 2.4, o primeiro critério ocorre quando as interfaces estão separadas pelo intervalo de tempo igual ao

intervalo entre pico e vale da forma de onda registrada no sinal sísmico. O segundo critério ocorre quando a forma de onda tem curvatura nula em seu máximo central, ou seja, quando a derivada segunda é nula no máximo central da forma de onda.

No que tange a esse critério, a derivada segunda é importante apenas no máximo central ou pode ser relevante em outros pontos da forma de onda? No desenvolvimento do filtro de nitidez, amplia-se o conceito apresentado por Ricker (1953b) para se obter um novo pulso, composto pela combinação linear entre o pulso Ricker e a sua derivada segunda, a fim de se obter um ganho de resolução.

Como ponto de partida, um pulso Ricker foi modelado para o critério de Rayleigh e outro para o critério de Ricker, com frequências de pico de 9,6 e 8,2 Hz, respectivamente. Também, foram modeladas duas reflexões próximas (separadas por um intervalo de tempo igual a 40 ms) para simular o padrão de interferência e uma reflexão simples para comparação. O intervalo de amostragem usado foi de 4 ms.

A Figura 14 ilustra o limite do critério de Ricker, o limite do critério de Rayleigh e o negativo de suas respectivas derivadas segundas. Para a reflexão simples (esquerda), nota-se uma forma de onda simétrica cujo pico (amplitude máxima) corresponde à posição da reflexão, tanto para os pulsos, quanto para as derivadas segundas. Para as duas reflexões próximas, o limite do critério de Rayleigh faz a separação e mantém a posição das reflexões nos máximos, porém exibe menor amplitude em relação à resposta da reflexão simples, devido ao fenômeno de interferência.

Ainda com relação as duas reflexões próximas, o limite do critério de Ricker não é capaz de resolvê-las. Observa-se que os máximos não podem mais ser usados para indicar a posição das reflexões corretamente, pois os máximos estão entre elas. Apesar disso, a derivada segunda do sinal que representa o critério de Ricker é semelhante à derivada segunda do sinal correspondente ao critério de Rayleigh. Os picos ocorrem na mesma região, ou seja, são externos à posição das reflexões e sua forma é similar à forma de onda obtida no critério de Rayleigh, exceto pelo segundo lobo lateral.

Diante dessas ponderações, somou-se, no caso do critério de Ricker, o sinal com o negativo da sua derivada segunda, apenas nos pontos em que ambos tinham o mesmo sinal (positivo ou negativo). Esse procedimento foi feito com o intuito de aumentar a frequência de pico e resolver reflexões limitadas ao critério de Ricker. O formalismo matemático desenvolvido nesta tese e que serviu de fundamento teórico para tal procedimento é descrito a seguir.

Por uma questão de clareza, usou-se a mesma abordagem de Ricker (1953b), isto é, domínio contínuo. A derivada segunda do pulso Ricker é dada por (Ricker, 1953b):

$$w''(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\left[\frac{a^4}{8} - \frac{12a^2}{8} + \frac{12}{8}\right]\exp\left(-\frac{a^2}{4}\right). \tag{95}$$

As raízes do polinômio entre colchetes são:

$$a = \pm(6 \pm 2\sqrt{6})^{1/2}. \tag{96}$$

Após a remoção do segundo lóbulo lateral $\left(\pm(6+2\sqrt{6})^{1/2}\right)$ e aplicando-se o sinal negativo, obtém-se:

$$w''_{sl}(t) = -\frac{\sqrt{\pi}}{4}\left[\frac{a^2}{8} - \frac{(6-2\sqrt{6})}{8}\right]\exp\left(-\frac{a^2}{4}\right). \tag{97}$$

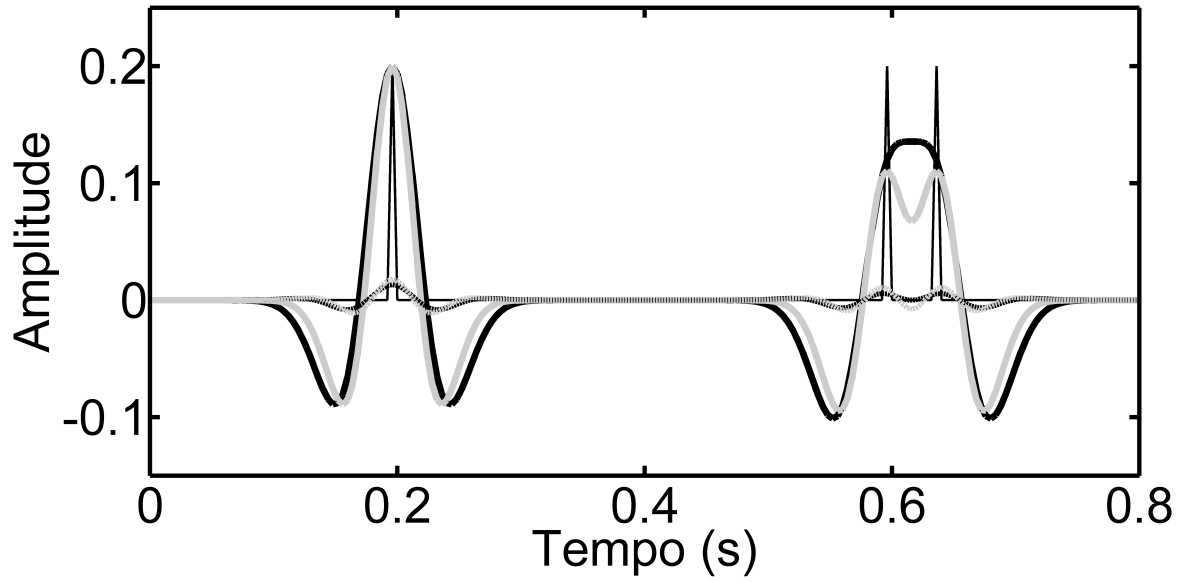


Figura 14 – Critérios de Ricker e de Rayleigh. Nota-se que no limite do critério de Rayleigh (linha cinza sólida) as reflexões são resolvidas e mantidas nos picos da forma de onda. No limite do critério de Ricker (linha preta sólida) as reflexões não são resolvidas. É possível observar que o negativo da derivada segunda no limite do critério de Ricker (linha preta tracejada) é semelhante ao negativo da derivada segunda no limite de Rayleigh, indicando, inclusive, as duas reflexões próximas.

$w''_{sl}(t)$ é uma aproximação de $w''(t)$ sem o segundo lóbulo lateral. A combinação linear $\hat{w}$ das equações 14 e 97 pode ser escrita como:

$$\hat{w} = w + Aw''_{sl}, \tag{98}$$

$$= \frac{\sqrt{\pi}}{4}\left[\left(\frac{4-A}{4}\right)\frac{a^2}{2} - \left(\frac{8-(6-2\sqrt{6})A}{8}\right)\right]\exp\left(-\frac{a^2}{4}\right), \tag{99}$$

$$= B\left(\frac{u^2}{2}-1\right)\exp\left(-\frac{4-(3-\sqrt{6})A}{4(4-A)}u^2\right), \tag{100}$$

com:

$$u^2 = \left(\frac{4-A}{4-(3-\sqrt{6})A}\right)a^2, \tag{101}$$

$$B = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{8-(6-2\sqrt{6})A}{8}\right), \tag{102}$$

sendo A uma constante e B a nova escala de amplitude. A equação 100 é um pulso Ricker com frequência f_u dada por:

$$f_u = \left\{ f_p\left[\frac{4-A}{4-(3-\sqrt{6})A}\right]^{1/2}, \quad \text{if } A \neq \frac{4}{(3-\sqrt{6})}. \right. \tag{103}$$

Nota-se na equação 103 que A deve ser menor que zero para haver aumento no conteúdo de frequência. Como esperado, a derivada segunda deve ser negativa.

A Figura 15 apresenta o gráfico de f_u em função de A. O valor máximo teórico para o aumento da frequência de pico é de, aproximadamente, 34,78% e f_u se torna indefinida para A próximo de 7,266. Outro ponto que deve ser destacado é o fato de que o aumento da frequência de pico pode ser obtido para valores A maiores que 7,266. No entanto, essa faixa de valores de A resultaria em um pulso com interferência destrutiva (sinais opostos), algo que se deseja evitar.

A Figura 16 ilustra a modificação do pulso para quatro valores de A (-2,0, -4,0, -8,0 e -9,6). O aumento no módulo de A produz eventos visíveis, mas as reflexões são resolvidas apenas quando A é igual a $-9,6$. Os picos na linha vermelha mostram as reflexões corretamente e os lobos laterais estão mais próximos. O valor de A igual a $-9,6$ corresponde a nova frequência pico f_u de 10,1 Hz. Esse valor é bem próximo do valor usado no critério de Rayleigh (9,8 Hz).

O erro cometido ao se estimar a frequência de pico, a partir da equação 103, é devido ao truncamento do negativo da derivada segunda, pois somam-se apenas

os pontos com o mesmo sinal do pulso. A amplitude foi reescalada através de uma correção baseada nos valores absolutos da amplitude do sinal, cujos detalhes serão discutidos mais adiante.

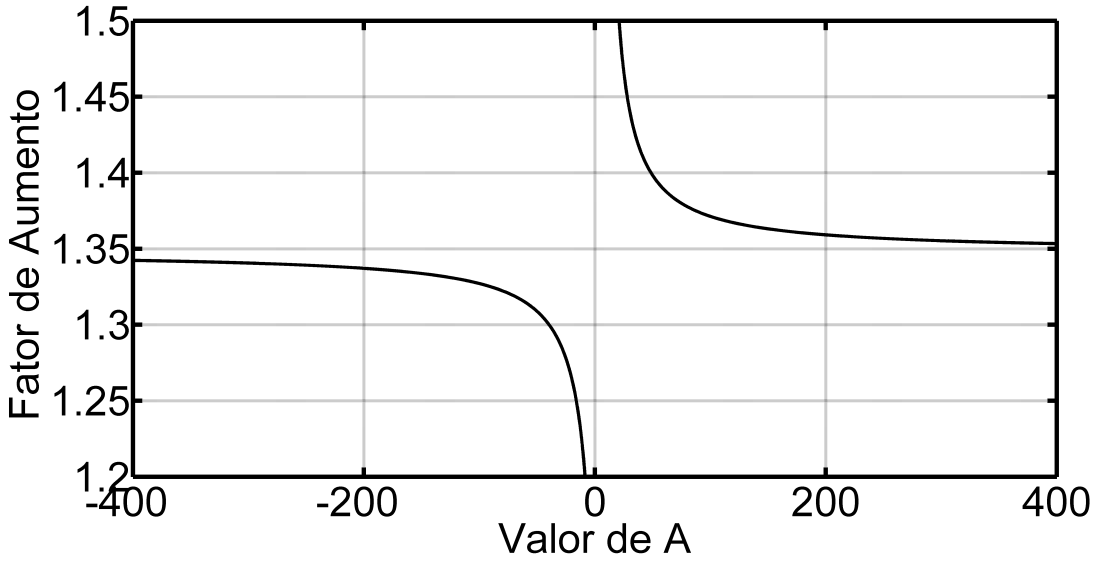


Figura 15 – Aumento da frequência de pico. O ganho máximo teórico da frequência de pico é de 34,78%.

Assumindo-se que os dados sísmicos podem ser representados pelo modelo

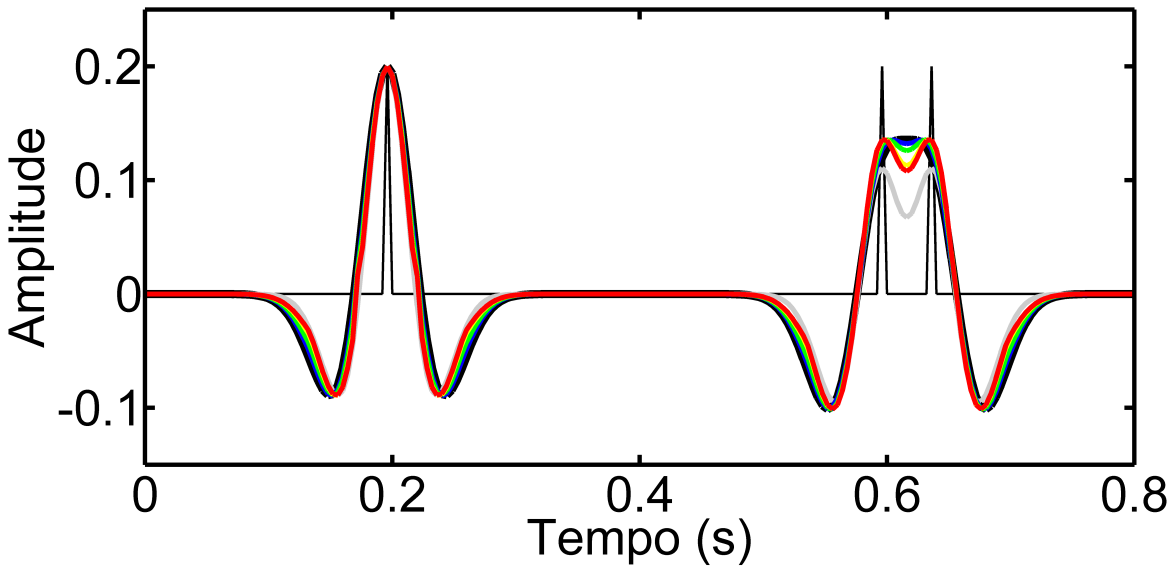


Figura 16 – Pulso modificado (pré-filtro). Os valores de A são -2 (azul), -4 (verde), -8 (amarelo) and -9,6 (vermelho). As reflexões são separadas apenas quando A é menor que $-9,6$.

convolucional (equação 69), a equação 98 não prejudica a estimativa dos coeficientes de reflexão:

$$s = w * r + \eta, \tag{104}$$

$$s''_{sl} = w''_{sl} * r + \eta''_{sl}, \tag{105}$$

$$s + As''_{sl} = (w + Aw''_{sl}) * r + \eta + \eta''_{sl}, \tag{106}$$

$$\hat{s} = \hat{w} * r + \hat{\eta}. \tag{107}$$

Esse modelo considera que as propriedades das camadas são constantes e as reflexões ocorrem nas interfaces entre essas camadas. Qualquer desvio deste modelo é tratado como ruído.

Considerando-se que o sinal sísmico foi processado adequadamente e o corrigido para fase zero, os dados sísmicos, por si só, são uma aproximação dos coeficientes de reflexão (Rosa, 2010), de modo que os lobos principais da forma de onda podem ser usados para indicar as interfaces. Dessa forma, os eventos que se deseja preservar são os máximos locais do sinal sísmico.

Nesse contexto, o empilhamento espectral é útil porque aumenta o conteúdo da frequência enquanto preserva a distribuição temporal dos eventos. A combinação do pulso Ricker modificado (pré-filtro) seguido pelo Empilhamento Espectral foi denominado Filtro de Nitidez.

3.2.1 Correção de amplitude

A correção da amplitude é aplicada em duas etapas, uma após o pré-filtro e outra durante o empilhamento espectral. Para aplicação de pré-filtro, usou-se uma janela variável a partir dos valores absolutos de amplitude. A janela variável é o intervalo entre dois mínimos locais dos valores absolutos de amplitude. Visto que o interesse está na preservação dos máximos, a janela definida desse modo fica restrita a uma região com limites mais próximos dos máximos, facilitando sua distinção.

Os pontos de máximo e mínimo locais de uma função ocorrem nos pontos em que a sua derivada é nula. Para sinais discretos, é mais eficiente calcular a variação

do sinal da derivada:

$$\Delta x[n] = x[n+1] - x[n], \tag{108}$$

$$b[n] = sgn(\Delta x[n]), \tag{109}$$

$$\Delta b[n] = b[n+1] - b[n], \tag{110}$$

$$\text{se } (\Delta b[n] \cdot x[n+1]) < 0,\ x[n+1] \text{ é um máximo local}, \tag{111}$$

$$\text{se } (\Delta b[n] \cdot x[n+1]) > 0,\ x[n+1] \text{ é um mínimo local}, \tag{112}$$

no qual $\Delta x[n]$ representa uma aproximação da derivada de $x[n]$, sgn é a função sinal e $\Delta b[n]$ é a variação do sinal da derivada. O termo máximo local indica o ponto mais afastado do eixo do índice n nas vizinhanças de $n+1$ e o termo mínimo local indica o ponto mais próximo. Sendo assim, a equação 111 é usada para calcular os picos do sinal sísmico e a equação 112 para calcular os mínimos do valor absoluto do sinal sísmico.

Se o valor absoluto do sinal possui mínimos locais nos índices n_a e n_b, os coeficientes da correção de amplitude $p[n]$ são definidos como a razão entre a amplitude absoluta máxima no intervalo $[n_a, n_b]$, antes (x_{bp}) e após (x_{ap}) a aplicação do pré-filtro. Sendo assim, os coeficientes $p[n]$ podem ser escritos como:

$$p[n] = x_{bp}/x_{ap}, \qquad \text{se } n \in [n_a, n_b]. \tag{113}$$

Para recuperar a amplitude, basta uma simples multiplicação entre o pré-filtro e os coeficientes $p[n]$.

A janela para o empilhamento espectral foi calculada do mesmo modo que a janela para o pré-filtro, mas usando-se o envelope em vez da amplitude absoluta. O algoritmo para determinar o sinal analítico e, consequentemente, seu envelope é baseado na transformada discreta de Fourier (Marple, 1999). Se $\hat{x}$ for o sinal analítico de x e $\hat{X}$ for sua transformada de Fourier, definida como:

$$\hat{X}[k] = \begin{cases} X[k], & \text{se } k = 0, \\ 2X[k], & \text{se } 1 \leq k < \dfrac{N}{2}, \\ 0, & \text{se } \dfrac{N}{2} \leq k < N, \end{cases} \tag{114}$$

então, o envelope de x é:

$$e = \|\hat{x}\| = \left\| \Im^{-1}[\hat{X}] \right\|. \tag{115}$$

Se o envelope do sinal sísmico possuir mínimos locais nos índices n_c e n_d e no intervalo $[n_c, n_d]$ o sinal sísmico possuir d máximos locais definidos em $[n_{l1}, n_{l2}, \ldots, n_{ld}]$, então, os coeficientes $y[n]$ da correção de amplitude, para o intervalo $[n_c, n_d]$, podem ser calculados por:

$$y[n] = \begin{cases} 1/x_{cd}, & \text{se } n \notin [n_{l1}, n_{l2}, \ldots, n_{ld}], \\ 1/|x[n]|, & \text{se } n \in [n_{l1}, n_{l2}, \ldots, n_{ld}], \end{cases} \tag{116}$$

de modo que x_{cd} é o máximo valor absoluto x dentro do intervalo $[n_c, n_d]$.

Vale destacar alguns aspectos de $p[n]$ e $y[n]$. Primeiro, todos os coeficientes $p[n]$ dentro do mesmo intervalo $[n_a, n_b]$ são iguais, semelhantes a uma combinação de funções degrau de diferentes escalas. Segundo, o envelope foi calculado após a aplicação de $p[n]$ sobre o sinal sísmico. Terceiro, todos os coeficientes $y[n]$ do mesmo intervalo $[n_c, n_d]$ são iguais, exceto nos máximos locais. Por fim, a janela de variável considera os mínimos locais sequencialmente, ou seja, sem saltos entre os mínimos. A ideia foi mudar a forma de onda, aumentando o conteúdo da frequência, porém, mantendo a escala de amplitude dos máximos. Os algoritmos 1 e 2 mostram, de forma sucinta, a implementação do Filtro de Nitidez.

Algoritmo 1: Pré-filtro

Entrada: x = sinal.
Saída: $\check{x}$ = sinal com pré-filtro.

início
  //Calculando $\hat{x}$;
  $\hat{x} \leftarrow x + Ax'', \qquad A \leq 0$ and $sgn(x) = sgn(Ax'')$
  //Calculando a correção de amplitude (equações 112 e 113);
  abs ← ValorAbsoluto(x);
  enquanto *Não é o fim de (abs)* **faça**
    enquanto *Não é um mínimo de (abs)* **faça**
      intervalo ← SelecionaIntervalo();
    fim
    x_{max} ← MaximoAbsoluto(x, interval);
    $\hat{x}_{max}$ ← MaximoAbsoluto($\hat{x}$, interval);
    p(interval) ← $\frac{x_{max}}{\hat{x}_{max}}$;
  fim
  //Sinal com pré-filtro;
  $\check{x}$ ← p·$\hat{x}$;
fim

Algoritmo 2: Filtro de Nitidez

Entrada: x = signal.

Saída: $\bar{x}^q$ = signal com frequência estendida.

início

//Calculando o envelope (equações 114 e 115);

z ← ConverteParaAnalitico(x);

e ← $\|z\|$

//Calculando os coeficientes (equações 111, 112 e 116);

enquanto *Não é o fim de (e)* **faça**

  enquanto *Não é um mínimo de (e)* **faça**

    intervalo ← SelecionaIntervalo();

  fim

  y(interval) ← InversoMaximodex(interval);

fim

//FFT do sinal (equação 17);

X ← $\Im\{x\}$;

//Empilhamento Espectral para q repetições (equações 93 e 94);

Y ← $\Im[y]$;

$\bar{X}^q$ ← ConvolucaoCircular(X,Y,q);

$\bar{x}^q \leftarrow \Im^{-1}\{X^q\}$;

fim

3.2.2 O Pré-filtro e a Resolução Diferencial

O método de Resolução Diferencial (RD) é usado para melhorar a resolução através do aumento da largura de banda do sinal sísmico (Sajid e Ghosh, 2014). O algoritmo funciona adicionando componentes de frequência ao sinal de entrada. Os componentes de frequência baixa são representados por uma versão suavizada do próprio sinal de entrada e os componentes de frequência alta pelas suas respectivas derivadas de segunda, quarta e sexta ordem.

Matematicamente, o RD não normalizado é dado pela expressão:

$$r = y + y_s - y^{II} + y^{IV} - y^{VI}, \tag{117}$$

$$\text{com:} \qquad y = \frac{x}{|\hat{x}|},$$

sendo x o sinal de entrada e $|\hat{x}|$ é a mediana do valor absoluto de x, y é o sinal de entrada normalizado, y^j é a derivada de ordem j de y, y_s é a versão suavizada de y e r é o RD não normalizado. Cabe notar a correção de polaridade na equação 117 devida à rotação de $90°$ imposta por cada derivada de y. O termo y_s é calculado a partir de 10 iterações de uma média móvel com janela de 3 amostras e pesos $[1\ 2\ 1]$. O RD normalizado é obtido pela divisão entre o RD não normalizado e a mediana do seu valor absoluto.

A Figura 17(a) ilustra a aplicação do método RD no limite de resolução de Rayleigh. È possível notar que o evento simples está mais comprimido (menor intervalo entre os lóbulos laterais), quando comparado com o limite do critério de Rayleigh. Para as duas reflexões próximas, o resultado exibe uma separação melhor dos eventos. O mesmo se observa para o limite de resolução de Ricker (Figura 17(b)).

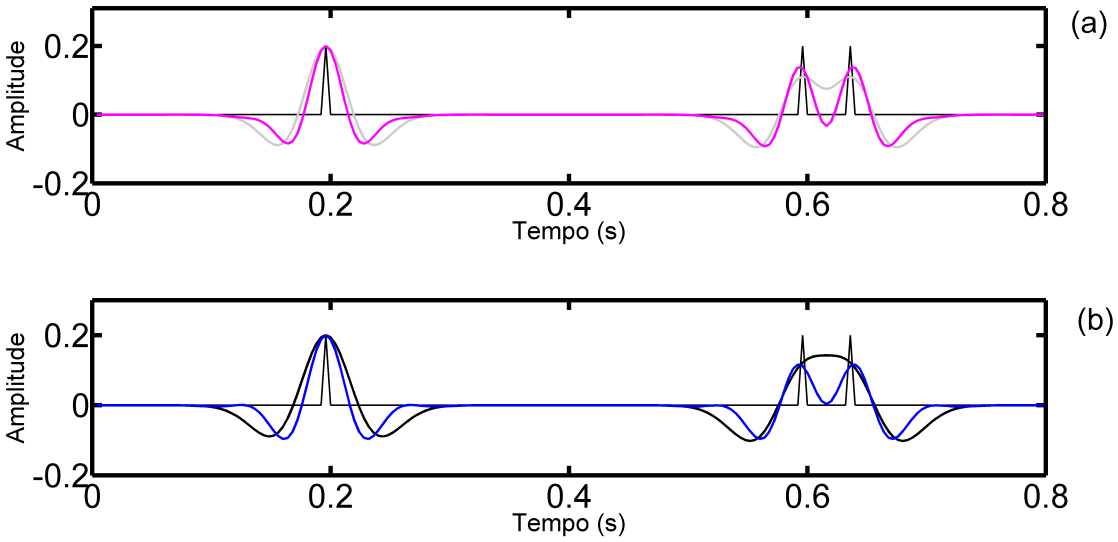


Figura 17 – O algoritmo RD no limite de resolução de Rayleigh e de Ricker. Destaque para a separação das reflexões próximas.

Apesar de comprimir mais o pulso e melhorar a separação dos eventos, o método RD apresenta dois aspectos negativos. O primeiro diz respeito à utilização

dos máximos dos lóbulos centrais para identificar as interfaces. Percebe-se que, após a aplicação do método RD, os picos dos lóbulos centrais não representam as duas reflexões próximas, em ambos os critérios de resolução. Como apontado no início da seção 3.2, os máximos da derivada segunda não indicam as duas reflexões próximas, embora indique a reflexão simples corretamente. O mesmo ocorre para a combinação das derivadas usadas no método RD. O outro aspecto é o fato do método RD não preservar a variação de amplitude ao longo do sinal sísmico. Nas duas reflexões próximas, o método RD aumenta a amplitude em relação ao limite do critério de Rayleigh e diminui em relação ao limite do critério de Ricker. Esse efeito pode introduzir distorções na distribuição lateral da amplitude, impactando técnicas interpretativas baseadas na comparação de amplitudes como, por exemplo, a técnica *Amplitude Variation with Offset* (AVO) (Feng e Bancroft, 2006).

Se por um lado, há semelhança entre o Pré-filtro proposto nesta tese e o método RD (aumento do conteúdo das frequências altas por meio de derivadas), por outro, o tratamento dado a amplitude é completamente distinto. A Figura 18 mostra a comparação entre os métodos no limite do critério de Ricker. As derivadas de

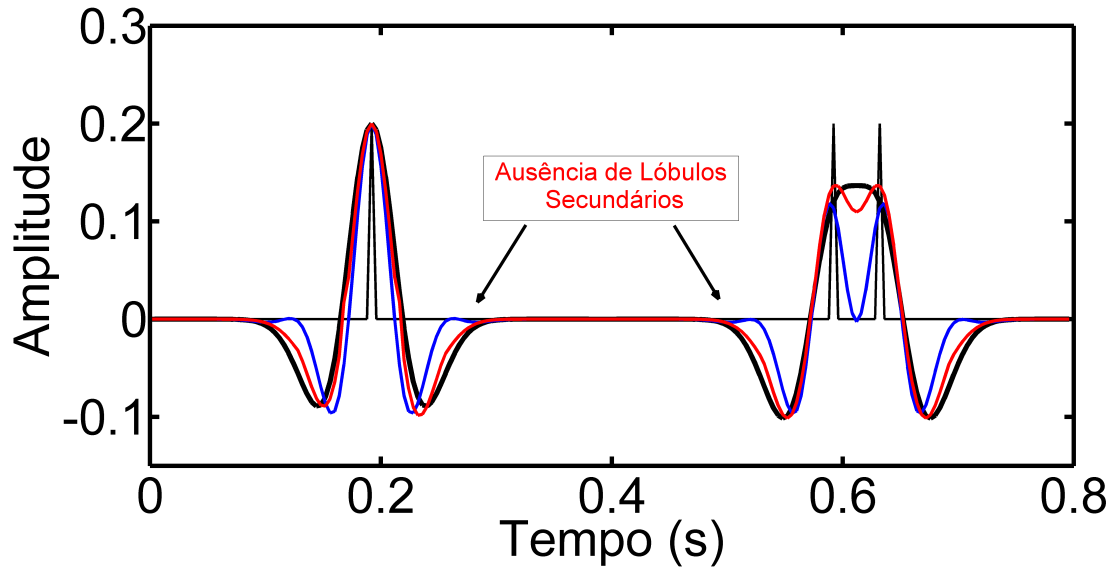


Figura 18 – Comparação entre o algoritmo RD e o Pré-filtro. O Pré-filtro preserva a relação de amplitude e não cria lóbulos secundários. O algoritmo RD torna a separação mais evidente.

ordem mais alta favorecem o método RD, deixando a separação dos eventos muito mais evidente, quando comparada à separação do Pré-filtro. Em contrapartida, a normalização das derivadas e do sinal de entrada no método DR introduz amplitudes

significativas dos lóbulos laterais secundários. Isso ocorre porque o método RD não faz qualquer intervenção nos lóbulos secundários das derivadas. Nesse aspecto, o Pré-filtro usar um peso adequado nas derivadas e adiciona apenas os eventos com mesma polaridade (sinal e derivada segunda). O resultado é um conteúdo maior de frequência do sinal, sem criar falsos eventos. Outro ponto que merece ser destacado é que o Pré-filtro, através da correção de amplitude, preserva a distribuição de amplitude ao longo de todo o sinal sísmico. O mesmo não ocorre com o algoritmo RD porque a normalização do sinal sísmico e das derivadas desequilibra a relação de amplitude original.

3.3 Deconvolução por Empilhamento Espectral

Na seção 2.5, abordou-se o tema deconvolução. Mostrou-se, sob a ótica do modelo convolucional, como estimar a forma do pulso sísmico e a importância dessa etapa para o processo de deconvolução. Em geral, a forma desejada é a de um impulso, cuja conversão pode ser obtida por meio do filtro inverso de Wiener-hopf. No entanto, é possível condicionar o traço sísmico para transformá-lo em um outro tipo de sinal, de modo a facilitar a deconvolução.

A mudança na forma do sinal é justificada, pois, na seção 3.2, foi apresentado um filtro de nitidez capaz de resolver ambiguidades limitadas ao critério de Ricker. Esse critério considera o limite de resolução como sendo a curvatura nula nos máximos dos lóbulos centrais das formas de onda registradas no sinal sísmico. No entanto, em um cenário com reflexões pouco esparsas, os lóbulos centrais se confundem com os lóbulos laterais do pulso, sendo difícil distingui-los.

Nesta seção, um novo método de deconvolução, baseado no Empilhamento Espectral, é apresentado. O método é capaz de comprimir o lóbulo central do pulso sísmico e atenuar os seus respectivos lóbulos laterais, através de um condicionamento que modifica a forma da onda sísmica para uma gaussiana.

O método possui a seguinte premissa:

- As formas de onda registradas no traço sísmico podem ser modeladas por meio de um pulso Ricker.

Essa abordagem teórica assume que o espectro de amplitude do pulso Ricker representa bem o espectro de amplitude do pulso sísmico (Ricker,1953a). Além do

mais, existe o fato de que o pulso Ricker tem sido usado com sucesso na geofísica de exploração. Liu e Marfurt (2007) consideraram o sinal sísmico como uma combinação linear de pulsos Ricker, com diferentes frequências de pico, para análise de atributo espectral. Zhang e Ulrych (2002) assumem que o espectro de amplitude do pulso sísmico pode ser modelado pelo pulso Ricker, o que permitiu estimar o fator de qualidade diretamente da seção *Common Mid Point* (CMP). Mas o que há de diferente na premissa do método, visto que o pulso Ricker já é algo adotado nos estudos geofísicos?

Como indicado na seção 2.1.7, o pulso Ricker é o negativo da derivada segunda de uma função gaussiana. Diferente do pulso Ricker, a gaussiana não possui lóbulos laterais. Se o sinal sísmico puder ser condicionado, de modo que o pulso Ricker seja transformado em uma gaussiana, cada pico do sinal condicionado representará um lóbulo central do pulso Ricker. Dessa forma, o empilhamento espectral poderá ser aplicado para comprimir os lóbulos centrais, fornecendo uma estimativa mais realista do posicionamento dos coeficientes de reflexão.

Sendo possível modificar a forma de onda do sinal sísmico para uma gaussiana, a equação 69 pode ser escrita como:

$$\tilde{s}[n] \;=\; g[n] * r[n], \tag{118}$$

sendo $\tilde{s}[n]$ o sinal sísmico condicionado e $g[n]$ a gaussiana associada ao pulso Ricker. Através da propriedade da derivada da convolução (Tabela 3) aplicada duas vezes ao negativo da equação 118, obtém-se:

$$\begin{aligned} -D_{nn}[\tilde{s}] &= -D_{nn}[g] * r, \\ &= w * r, \\ &= s, \end{aligned} \tag{119}$$

sendo D_{nn} o operador de derivação dupla. A equação 119 permite concluir que, atendida a premissa de um pulso Ricker, o condicionamento a ser aplicado ao sinal sísmico é o negativo da sua integração dupla. Ademais, ela também mostra que essa modificação não afeta os coeficientes de reflexão. Nesta tese, esse condicionamento foi denominado de Domínio do Empilhamento Espectral ($\mathcal{E}$).

A Figura 19 ilustra, como exemplo, um sinal no domínio do empilhamento espectral. O sinal foi obtido a partir da integração dupla de um sinal sísmico sintético

gerado pela convolução de um pulso Ricker de 15 Hz de frequência de pico, com fase zero e intervalo de amostragem de 4 ms, com uma série de coeficientes de reflexão. A série de coeficientes de reflexão é composta por duas distribuições: uma esparsa (maiores amplitudes) e outra aleatória (menores amplitudes). Encontram-se também na Figura 19 o sinal sísmico sintético e os coeficientes de reflexão para comparação.

A grande vantagem do domínio $\mathcal{E}$ é que os lóbulos centrais são facilmente destacados. Entre 1800 e 1900 ms, o pico negativo do sinal modificado (curva em vermelho) identifica, corretamente, o posicionamento do coeficiente de reflexão (curva verde) nesse trecho. Enquanto, no sinal sísmico sintético (curva em azul), os lóbulos laterais do pulso sísmico mascaram o correto posicionamento do coeficiente de reflexão.

A análise da Figura 19 permite inferir que os máximos, no domínio do Empilhamento Espectral, correspondem aos lóbulos centrais do pulso Ricker, enquanto que seus lóbulos laterais não apresentam amplitude significativa, salvo, quando coincidem com os coeficientes de reflexão. Além disso, os picos das gaussianas são coincidentes com o posicionamento correto dos coeficientes de reflexão, se a forma de onda do sinal for um pulso Ricker de fase zero, obviamente, respeitando-se os limites de resolução do sinal sísmico.

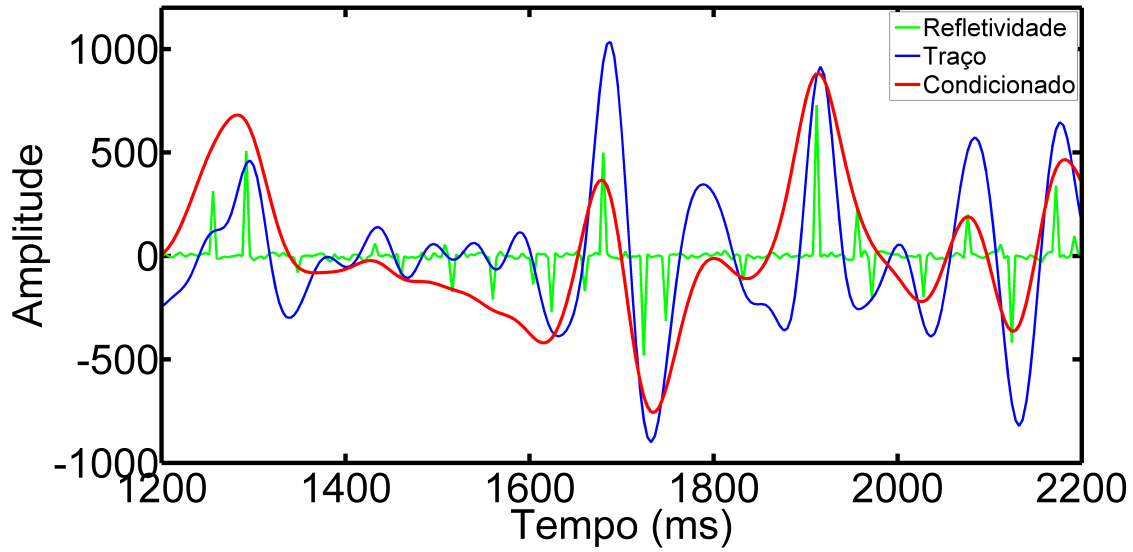


Figura 19 – Análise do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. O domínio $\mathcal{E}$ (vermelho) é consistente com os lóbulos centrais do sinal sísmico (azul) e seus máximos destacam, corretamente, o posicionamento dos coeficientes de reflexão (verde). Há compatibilização das escalas para melhor visualização.

Essa é uma questão que deve ser levada em consideração, pois, em alguns cenários, como em estruturas de acunhamento, a separação entre os lóbulos lateral e central da forma de onda não é evidente ao se analisar o sinal sísmico diretamente. De fato, a presença de lóbulos laterais constitui uma fonte de incerteza quanto ao correto posicionamento das interfaces em subsuperfície (Latimer et al., 2000). Dessa forma, destaca-se a importância do domínio $\mathcal{E}$ como uma ferramenta para a identificação do lóbulo central do pulso, servindo como um guia no processo de deconvolução.

Cabe ressaltar alguns aspectos no emprego dessa técnica. O sinal sísmico deve ter um conteúdo adequado de frequência para garantir o critério de resolução de Ricker no domínio do empilhamento espectral. De fato, nesse domínio, o sinal sísmico tende a apresentar um carácter mais suave, pois a integração favorece as frequências baixas e penaliza as frequências mais altas. Embora esse aspecto possa ser relevante em cenários ruidosos, ele pode dificultar a identificação dos lóbulos centrais.

O problema está ilustrado na Figura 19, no trecho entre 1400 e 1650 ms. Observa-se que o sinal sísmico apresenta alguns mínimos e máximos nesse intervalo. Porém, no domínio $\mathcal{E}$, eles não ficam evidentes, apesar da indicação correta do crescimento do valor absoluto dos coeficientes de reflexão para direita. Isso sugere que algum tratamento deva ser empregado no domínio do empilhamento espectral para recuperar, adequadamente, parte do conteúdo de frequência perdido com a suavização. Tal aspecto será discutido mais adiante na seção 3.3.2.

3.3.1 Estimativa do Pulso Gaussiano

No domínio da frequência, a equação 118 pode ser escrita como:

$$\tilde{S}[k] \;=\; G[k]R[k]. \tag{120}$$

Sabe-se que a transformada de Fourier de uma gaussiana é uma gaussiana. Sendo assim, $G[k]$ pode ser modelada por:

$$G[k] = G_o \exp[\alpha k^2], \tag{121}$$

sendo G_o e α constantes que definem a amplitude e a forma da gaussiana $G[k]$, respectivamente. Substituindo-se a equação 121 na equação 120 e aplicando-se o logaritmo natural ao módulo de $\tilde{S}$, obtém-se:

$$\ln \left\| \tilde{S}[k] \right\| = \alpha k^2 + \ln |G_o| + \ln \|R[k]\| \,. \tag{122}$$

A equação 122 é uma parábola em k se a escala do módulo $\|R[k]\|$ for muito menor que o módulo $|G_o|$. O termo $\|R[k]\|$ é desconhecido e, por isso, não se pode fazer qualquer afirmação sobre o valor de sua escala. Apesar disso, $\|R[k]\|$ pode ser escrito, em termos do fator de escala R_0, como:

$$\|R[k]\| = R_0 \frac{\|R[k]|}{R_0} = R_0 \hat{R}[k]. \tag{123}$$

A substituição da equação 123 na equação 122 permite escrever:

$$\ln \left\|\tilde{S}[k]\right\| = \alpha k^2 + \ln |B| + \ln \left\|\hat{R}[k]\right\|, \tag{124}$$

$$B = G_o R_0. \tag{125}$$

A variável B guarda informações sobre as escalas da gaussiana e dos coeficientes de reflexão. A definição de R_0 implica que a última parcela da equação 124 tem valor médio em torno de zero, consequentemente, a equação 124 se aproxima de uma parábola.

Dessa forma, ajusta-se uma parábola aos valores do $\ln \left\|\tilde{S}[k]\right\|$ e o resíduo desse ajuste será associado ao $\ln \left\|\hat{R}[k]\right\|$. Logo, o ajuste dos pontos de $\ln \left\|\tilde{S}[k]\right\|$ por uma parábola pode ser escrito como:

$$\ln \left\|\tilde{S}[k]\right\| = \alpha k^2 + \ln |B|, \tag{126}$$

$$\underbrace{\ln |\tilde{\mathbf{S}}|}_{\mathbf{b}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{k}^2 & \mathbf{1} \end{pmatrix}}_{\mathbf{P}} \underbrace{\begin{pmatrix} \alpha \\ \ln |B| \end{pmatrix}}_{\mathbf{x}}. \tag{127}$$

A equação 126 forma um sistema linear cuja solução, por mínimos quadrados (equação 78), é dada por:

$$(\mathbf{P^T P})\mathbf{x} = \mathbf{P^T b}. \tag{128}$$

Usando-se o resultado da equação 128, a parábola ajustada é dada por:

$$P_B[k] = \mathbf{x}_{21} + \mathbf{x}_{11} k^2, \tag{129}$$

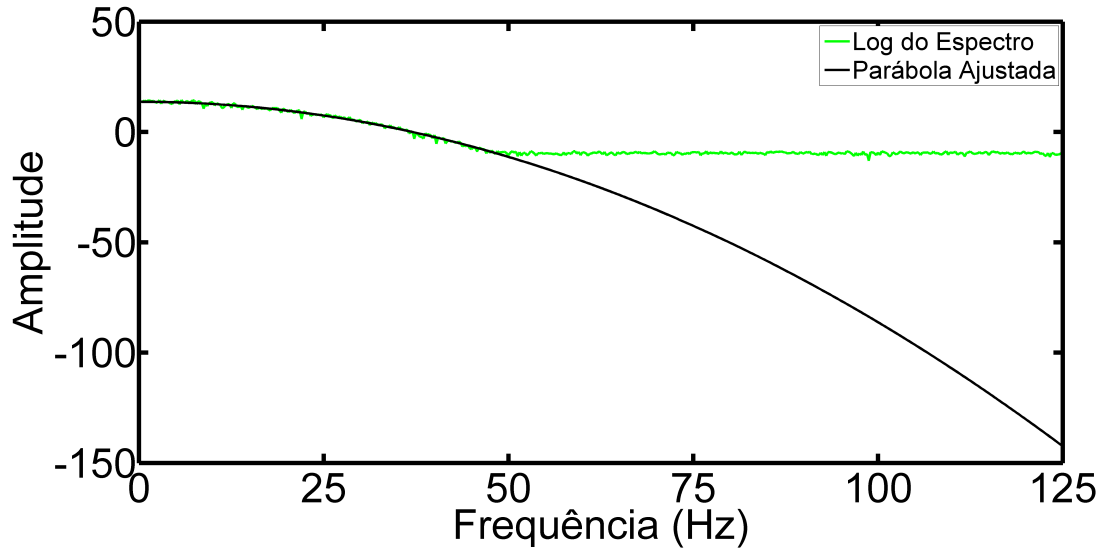


Figura 20 – Logaritmo do espectro de amplitude do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. Observa-se que a curva se ajusta bem a uma parábola até 50 Hz.

sendo $\mathbf{x}_{11}$ e $\mathbf{x}_{21}$ o primeiro e o segundo elemento de $\mathbf{x}$, respectivamente. O pulso gaussiano, em termos da variável B, pode ser escrito como:

$$G_B[k] = \exp(P_B[k]). \tag{130}$$

Nota-se que a equação 130 difere da equação 121 pelo fator de escala R_0, ou seja, a equação 130 representa o pulso gaussiano escalado pelos coeficientes de reflexão. A Figura 20 ilustra o logaritmo do espectro de amplitude do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. Observa-se que o ajuste por uma parábola se dá até o limite de banda útil, que no caso ocorre em 50 Hz. O espectro do pulso gaussiano, obtido a partir desse ajuste, está ilustrado na Figura 21.

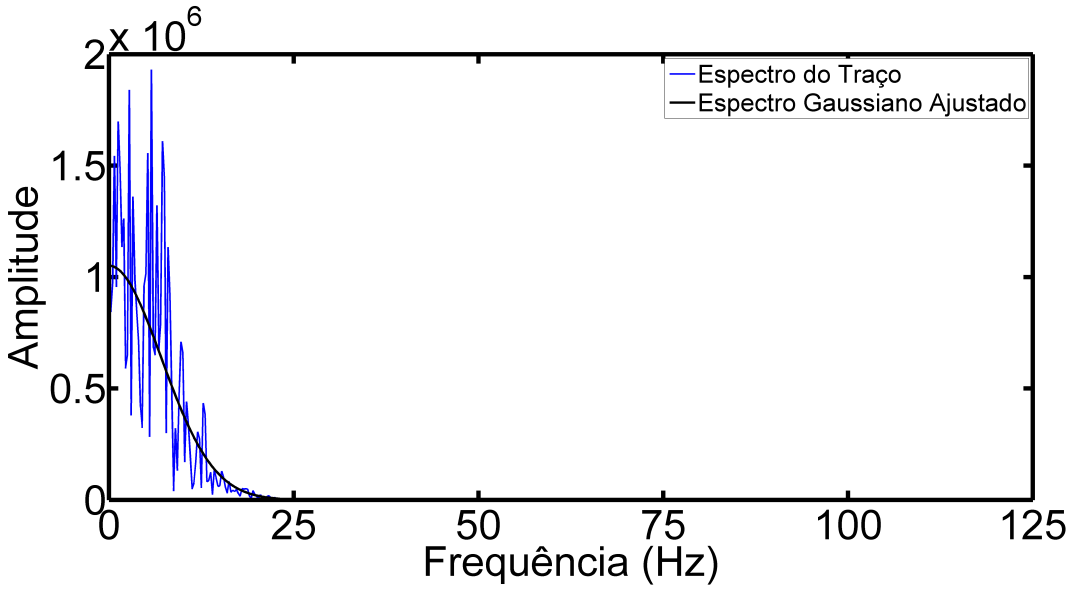


Figura 21 – Espectro de Amplitude do sinal sísmico no domínio $\mathcal{E}$. A curva em azul representa o espectro de amplitude do sinal no domínio $\mathcal{E}$. A curva preta representa o espectro de amplitude do pulso gaussiano obtido a partir do ajuste pelos mínimos quadrados.

3.3.2 Melhoramento da resolução

Nesta seção, apresenta-se uma forma de aumentar a resolução no domínio do Empilhamento Espectral. Conforme discutido anteriormente, ocorre a perda das altas frequências nesse domínio, devido ao processo de integração. De fato, as amplitudes associadas às frequências mais baixas se sobrepõem as amplitudes de frequências mais altas.

Uma solução intuitiva para o problema seria realçar as amplitudes das frequências mais altas. No entanto, a proposta a ser apresentada nesta seção usa o modelo de pulso gaussiano para aumentar a resolução através da relação entre o desvio padrão da gaussiana e a frequência.

Para abordar este conceito, usa-se, como exemplo, a transformada *wavelet* contínua de um sinal $x(t)$. Ela converte o sinal $x(t)$ em uma série de *wavelets*, permitindo analisar a forma de onda registrada no sinal, tanto no domínio do tempo, quanto no domínio da frequência (Mallat,1999; Addison, 2017).

A sua definição, a partir da *wavelet* de Morlet, é dada por:

$$T(a,b) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{1}{\sqrt{a}\pi^{\frac{1}{4}}} \exp -\frac{1}{2}\left[(t-b)^2/a^2\right] \exp -i2\pi(f_0/a)(t-b)dt, \tag{131}$$

sendo a o termo de dilatação, b o termo de translação e f_0 a frequência central da *wavelet*.

Dois aspectos podem ser observados na equação 131. O primeiro reside no fato que ao se escrever $f = f_0/a$, a transformada de *wavelet* pode ser vista como uma transformada de Fourier, deslocada no tempo, da convolução entre o sinal $x(t)$ e uma gaussiana. O segundo é que a frequência f, associada à transformada de Fourier, varia de forma inversa ao desvio padrão da gaussiana. Essa é uma observação intuitiva, pois quanto mais larga a gaussiana no tempo (maior desvio padrão), mais estreito será o seu espectro de amplitude e vice-versa.

Essa ideia é empregada para estabelecer a relação entre o desvio padrão do espectro de amplitude e a resolução do sinal sísmico no domínio do Empilhamento Espectral, visto que, nesse domínio, a forma de onda é modificada para uma gaussiana e que seu espectro também é gaussiano.

A modificação do desvio padrão de uma gaussiana pode ser feita através de

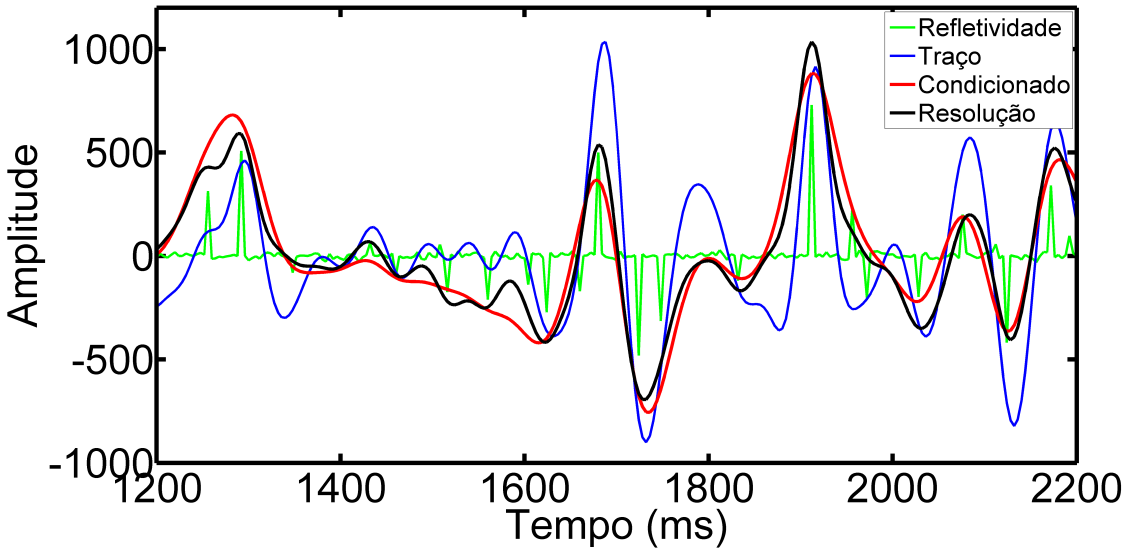


Figura 22 – Aumento de resolução por radiciação do espectro de Amplitude. A curva preta representa o sinal obtido a partir da radiciação, com índice 2.

uma operação de radiciação. Seja $p \in \mathbb{R}$ tal que $p > 0$, o índice do radical a ser aplicado a uma gaussiana G_σ de média μ e desvio padrão σ. Logo:

$$\begin{aligned} [G_\sigma(x)]^{\frac{1}{p}} &= \left[\exp -\frac{1}{2}\left[(t-\mu)^2/\sigma^2\right]\right]^{\frac{1}{p}}, \\ &= \exp -\frac{1}{2}\left[(t-\mu)^2/(\sqrt{p}\sigma)^2\right], \\ &= G_{\sigma'}(x). \end{aligned} \tag{132}$$

Com base na equação 132, pode-se dizer que o novo valor do desvio padrão (σ') é proporcional a $\sqrt{p}$.

A Figura 22 ilustra o resultado dessa metodologia. A curva preta representa o efeito obtido a partir da radiciação, com índice 2, do espectro de amplitude do sinal sísmico sintético (curva azul). Observa-se que o trecho entre 1400 e 1650 ms realça os coeficientes de reflexão. Antes do emprego da técnica (curva vermelha), o sinal apresentava um aspecto mais suavizado, não evidenciando os pontos de máximo, conforme discutido no início desta seção. Deve-se notar também que os dois principais refletores do intervalo entre 1200 e 1350 ms são destacados com o uso do método.

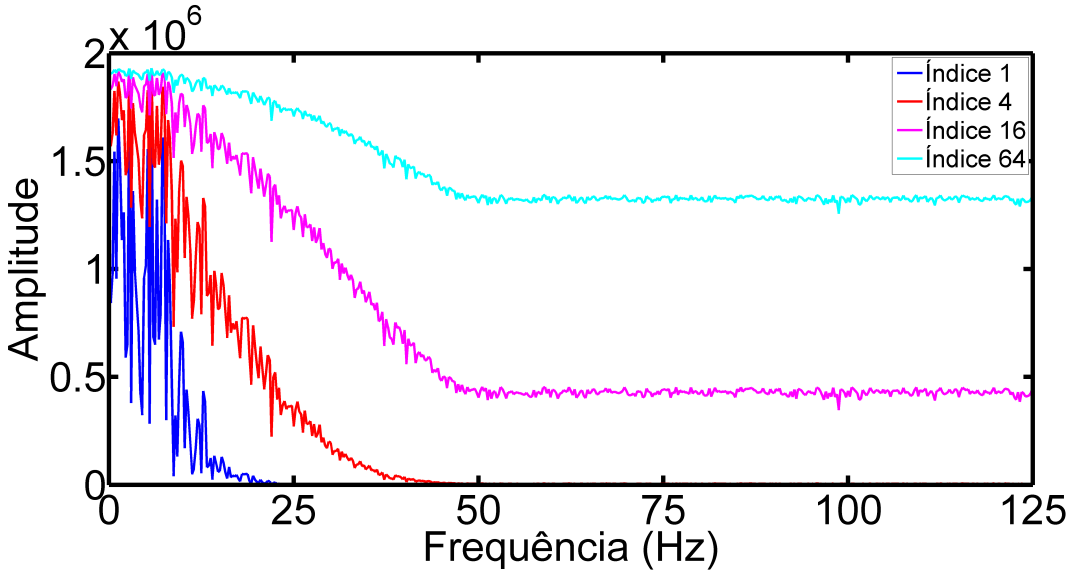


Figura 23 – Índice de radiciação. Gráficos na mesma escala para comparação.

O resultado ilustrado na Figura 22 sugere que quanto maior o índice da radiciação, melhor é a resposta do método. Isso pode não ser verdade. Ao se aplicar a radiciação do espectro de amplitude, quanto maior o índice, maior o valor relativo das

amplitudes fora da banda útil em relação às amplitudes dentro da banda útil, conforme Figura 23. Isso implicará em aumento do ruído de alta frequência.

As Figuras 24, 25 e 26 mostram o resultado usando-se diferentes índices de radiciação. Observa-se que para o índice de radiciação igual a 4, ou seja, o dobro do desvio padrão do espectro original, há um aumento da resolução, sem distorção por ruído de alta frequência. A partir do índice 16, o ruído de alta frequência passa a afetar, negativamente, o sinal, apesar de mais nítida a separação do principais refletores. Para o índice igual a 64, o sinal fica extremamente ruidoso, apesar de continuar preservando as principais feições do sinal.

Sendo assim, essa análise permite dizer que, o aumento do índice de radiciação melhora a identificação dos principais refletores no domínio do Empilhamento Espectral, à custa da razão sinal/ruído. Além disso, um ponto que merece ser destacado é que a radiciação é aplicada apenas no espectro de amplitude, sendo mantido o espectro de fase.

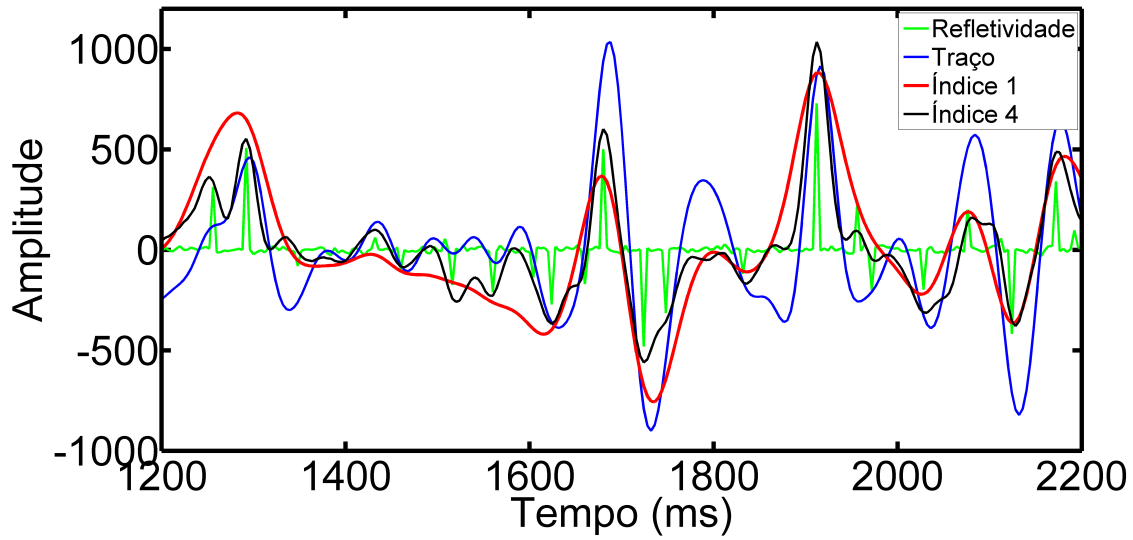


Figura 24 – Índice de Radiciação igual a 4. Aumento de resolução sem distorção por ruído de alta frequência. Gráficos na mesma escala para comparação.

Diante do exposto, o resultado pode ser aperfeiçoado se o ruído de alta frequência for tratado devidamente. Em termos práticos, a aplicação de um filtro de frequências consiste em multiplicar uma janela (trapezoidal) pelo espectro de amplitude, de modo a suavizar os limites do espectro de amplitude até uma frequência de corte, além da qual, as amplitudes são nulas (Yilmaz, 2001). Isso significa um problema, porque a aplicação do filtro deforma o espectro de amplitude, que deixa

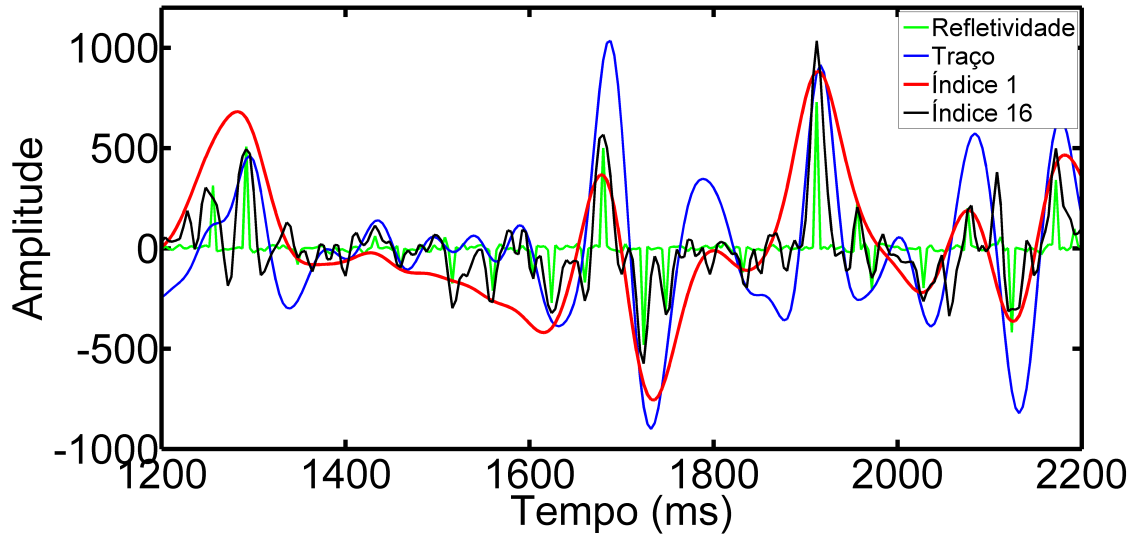


Figura 25 – Índice de Radiciação igual a 16. A separação dos principais refletores ficou mais nítida, porém há presença do ruído de alta frequência. Gráficos na mesma escala para comparação.

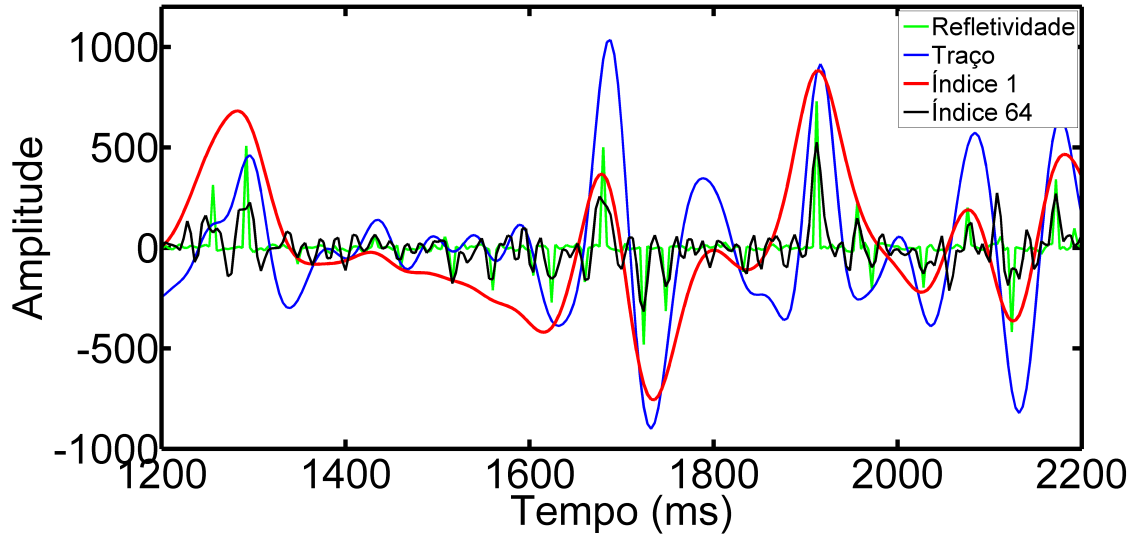


Figura 26 – Índice de Radiciação igual a 64. Aumento do nível de ruído. Gráficos na mesma escala para comparação.

de ser gaussiano. Ainda que a janela mantivesse a forma gaussiana, o espectro de amplitude resultante seria mais estreito (menor desvio padrão), diminuindo a resolução do sinal resultante. Mesmo que as amplitudes dentro da banda útil permaneçam inalteradas e apenas as amplitudes fora da banda útil fossem removidas, ainda assim, haveria um problema de distorção do sinal, se o índice fosse demasiadamente grande.

Esse último procedimento equivale à multiplicação do espectro de amplitude por uma função caixa, com largura igual a banda útil do espectro de amplitude. A multiplicação por uma função caixa, no domínio da frequência, corresponde a convolução com uma função sinc, no domínio do tempo (Tabela 2). Como consequência, o sinal será distorcido pela convolução com uma função sinc.

Foi mostrado em discussão anterior que alguns valores do índice de radiciação foram adequados para melhorar a resolução, sem necessariamente acrescentar o ruído de alta frequência. Sendo assim, o problema com o ruído de alta frequência pode ser contornado estendendo-se a largura de banda útil, a medida em que o índice de radiciação aumenta para um valor conveniente e isso pode ser obtido por meio do Empilhamento Espectral.

Com isso, é proposto nesta tese, um método para aumento da resolução do sinal sísmico, a partir da aplicação, em conjunto, do Empilhamento Espectral e da radiciação do espectro. Esse método foi denominado de Deconvolução por Empilhamento Espectral. A ideia do método é usar o domínio do empilhamento espectral para destacar os lóbulos centrais, a radiciação do espectro de amplitude para salientar o correto posicionamento dos coeficientes de reflexão e o empilhamento espectral para comprimi-los, aumentando a resolução do sinal sísmico. A implementação do método é descrito pelo algoritmo 3.

A deconvolução por empilhamento espectral pode ser vista como um tipo de deconvolução esparsa. Neste tipo de deconvolução, considera-se a estrutura em subsuperfície como sendo formada por camadas em blocos e com propriedades constantes. Isso significa que os coeficientes de reflexão possuem valor zero, exceto, nos instantes correspondentes às interfaces entre camadas. Tal afirmação é coerente com o que foi apresentado do Empilhamento Espectral até então, visto que apenas os lóbulos centrais são destacados, enquanto os lóbulos laterais são removidos. Outro aspecto relacionado ao emprego da técnica é que o pulso Ricker é considerado estacionário. Assim, a menos do fator de escala da gaussiana, o sinal sísmico, após a deconvolução por Empilhamento Espectral, representará uma estimativa razoável dos coeficientes de reflexão.

Algoritmo 3: Deconvolução por Empilhamento Espectral

Entrada: x = sinal.
Saída: $\hat{x}$ = sinal deconvolvido.

início
  //Calcule o negativo da integral dupla de x;
  $\tilde{x} \leftarrow \mathcal{E}\{x\}$;
  enquanto *não é o critério de parada* **faça**
    //Espectro de amplitude ;
    $\tilde{X} \leftarrow \Im\{\tilde{x}\}$;
    $S \leftarrow \|\tilde{X}\|$
    //Radiciação com índice p ;
    $S_p \leftarrow S^{\frac{1}{p}}$;
    //Pulso Gaussiano (equações 120, 128, 129 e 130);
    $G_p \leftarrow$ CalculaPulsoGaussiano(S_p);
    //Correçao da refletividade (equação 83);
    $R \leftarrow [DivisaoLuzBranca(S_p, G_p)]^p$;
    $S_c \leftarrow G_p R$;
    $x \leftarrow \Im^{-1}\{S_c\}$;
    //Empilhamento Espectral com 2 iterações;
    $x \leftarrow$ EmpilhamentoEspectral(x,2);
    //Critério de parada;
    se *critério de parada* **então**
      $\hat{x} = x$;
    fim
  fim
fim

4 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados de duas aplicações do método de empilhamento espectral. Também são discutidos alguns tópicos relacionados ao uso de cada procedimento.

4.1 Filtro de Nitidez

Como primeiro exemplo, a Figura 27 mostra o resultado do filtro de nitidez aplicado a um sinal sísmico sintético, com o número de repetições do Empilhamento Espectral (q) igual a 8 e o peso da derivada segunda (A) igual a $-9,6$. O sinal sísmico foi obtido a partir de um pulso Ricker, com uma frequência de pico de 15 Hz e um intervalo de amostragem de 4 ms. Os traços 1, 2 e 3 representam, respectivamente, os coeficientes de reflexão, o traço sísmico sintético e o sinal sísmico filtrado. Em todo o intervalo houve ganho de resolução. Os retângulos vermelhos destacam alguns trechos para análises. No retângulo superior, foi possível constatar que o traço 1 possui duas reflexões negativas próximas e suas respostas sísmicas mesclam em um único evento sísmico no traço 2 (próximo do limite do critério de Ricker). O filtro de nitidez separou essas duas reflexões, produzindo um traço mais nítido, como pode ser visto no traço 3.

O retângulo inferior também destaca a separação de interfaces e compressão dos eventos. O filtro de nitidez também não gerou artefatos, não alterou a escala de amplitude e nem a posição dos eventos sísmicos. Todos os eventos foram preservados, incluindo os lóbulos laterais. Esse resultado ratifica o que já era esperado e mostra a robustez do método, pois o filtro de nitidez foi elaborado com o intuito de preservar os eventos. Cabe observar que, após o uso do filtro, o sinal sísmico se aproximou de uma sequência de impulsos.

A Figura 28(a) ilustra o espectro do sinal sísmico do exemplo anterior. O espectro tem características típicas: simetria bilateral; amplitudes maiores em torno da frequência de pico; ausência das amplitudes nas frequências mais altas e mais baixas. A figura 28(b) mostra o efeito da convolução circular no domínio da frequência. Observa-se que o espectro é estendido para além da largura de banda original, com ganho de amplitude nas frequências mais baixas e mais altas. No entanto, os picos

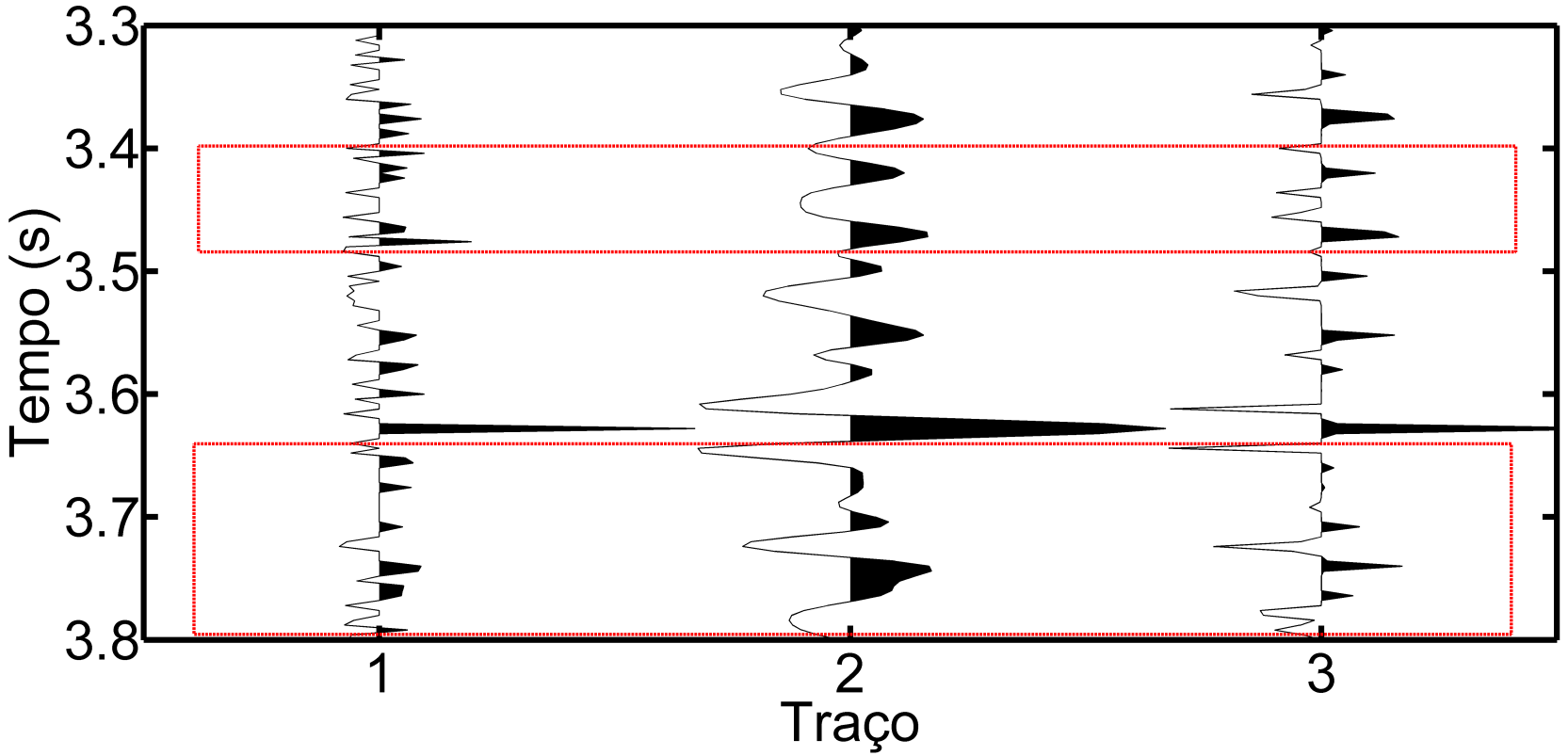


Figura 27 – Dados sísmico sintético antes e após o filtro de nitidez. O traço 1 representa os coeficientes de reflexão, o traço 2 é o sinal sísmico modelado com um pulso Ricker que possui frequência de pico de 15 Hz e o traço 3 é a saída do filtro de nitidez. Os retângulos em vermelho destacam o ganho de resolução. No retângulo superior, foi possível constatar que o filtro de nitidez separou as interfaces limitadas pelo critério de Ricker.

de amplitude são menores quando comparados ao espectro original, sugerindo a redistribuição de amplitudes ao longo das frequências. Como demonstrado na seção 2.3, essa redistribuição é devida aos termos externos (banda extrapolada) que foram acrescentados, harmonicamente, à parte que se manteve dentro dos limites da banda original.

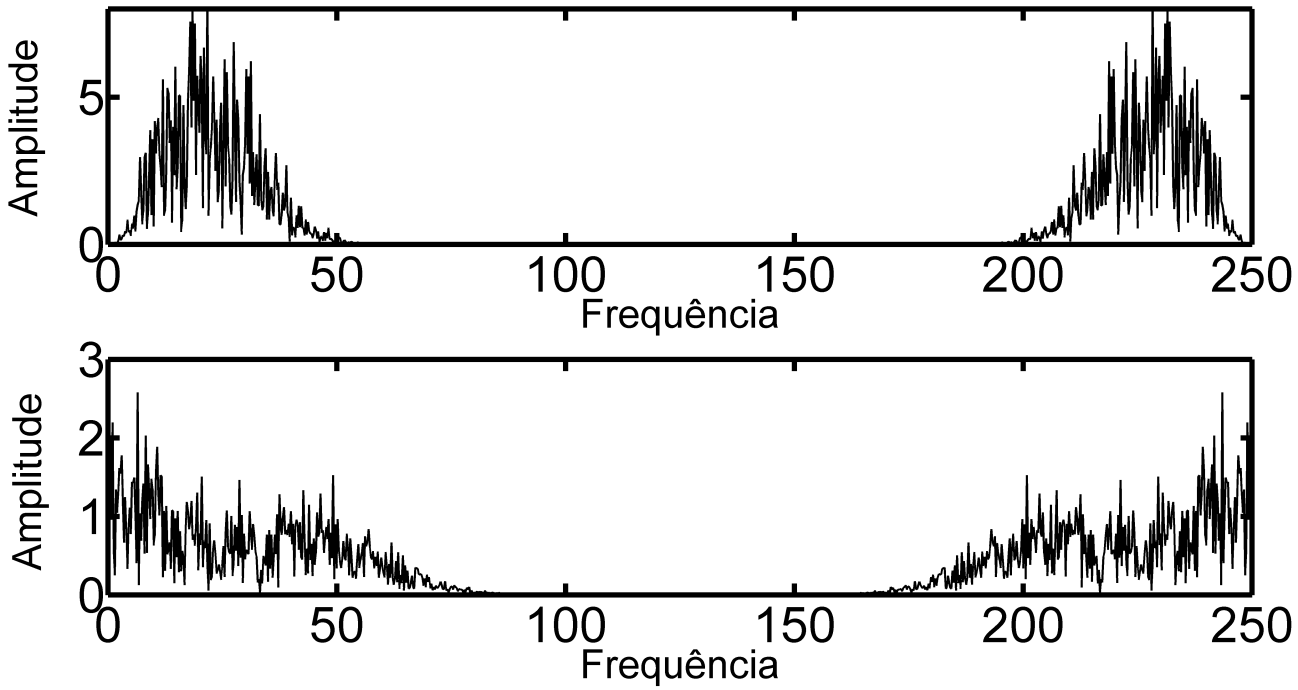


Figura 28 – Convolução circular no domínio da frequência. (a) Espectro do sinal sísmico sintético; (b) convolução circular do espectro em (a). Nota-se o aumento no conteúdo de frequências.

Sobre o parâmetro q, usado nesse experimento, foi adotado um critério de inspeção visual para estipular o seu valor. O valor estabelecido foi adequado para todos os testes realizados, o que não impede o emprego de algum mecanismo para assegurar um valor ótimo do parâmetro. Uma possibilidade seria avaliar o sinal antes e depois de cada repetição. Caso a diferença dos resultados fosse menor que um critério de parada, o valor corrente seria o valor ótimo do parâmetro, porém, essa metodologia não foi empregada nesta tese. No caso específico do parâmetro A, não houve mudança em relação ao apresentado na seção 3.2.

Na Figura 29 estão representados os coeficientes da primeira etapa da correção de amplitude do filtro de nitidez (pré-filtro). A curva do gráfico se assemelha a uma composição de funções do tipo degrau, cujos degraus são as janelas de correção

de amplitude, ou seja, o intervalo de tempo entre os mínimos locais da amplitude absoluta. O valor atribuído a cada degrau indica o inverso do máximo valor absoluto do sinal sísmico, dentro da respectiva janela.

A Figura 30 apresenta os coeficientes da correção de amplitude do Empilhamento Espectral. Diferentemente dos coeficientes da Figura 29, a janela neste caso é o intervalo de tempo entre os mínimos locais do envelope de amplitude e o valor de cada degrau não é constante. Os degraus mais altos correspondem às menores amplitudes. A Figura 31 mostra a comparação dos espectros do traço sísmico antes e após a aplicação do filtro de nitidez, onde o ganho no conteúdo de frequência é notório. O espectro tende a ficar mais plano e apresenta um melhor conteúdo de frequência, que se estende desde as frequências mais baixas até a frequência de Nyquist. Esse experimento mostrou, claramente, que o filtro de nitidez pode ser aplicado para aumentar o conteúdo de frequência e melhorar a resolução de eventos limitados ao critério de Ricker.

A Figura 32 mostra um comparativo entre o filtro de nitidez e o algoritmo RD. As características do sinal sísmico são as mesmas usadas na Figura 27. Os retângulos verdes destacam a eficiência do filtro de nitidez (traço 3) na preservação da amplitude. Os eventos que extrapolam o polígono são os mesmos no traço 2 (sinal

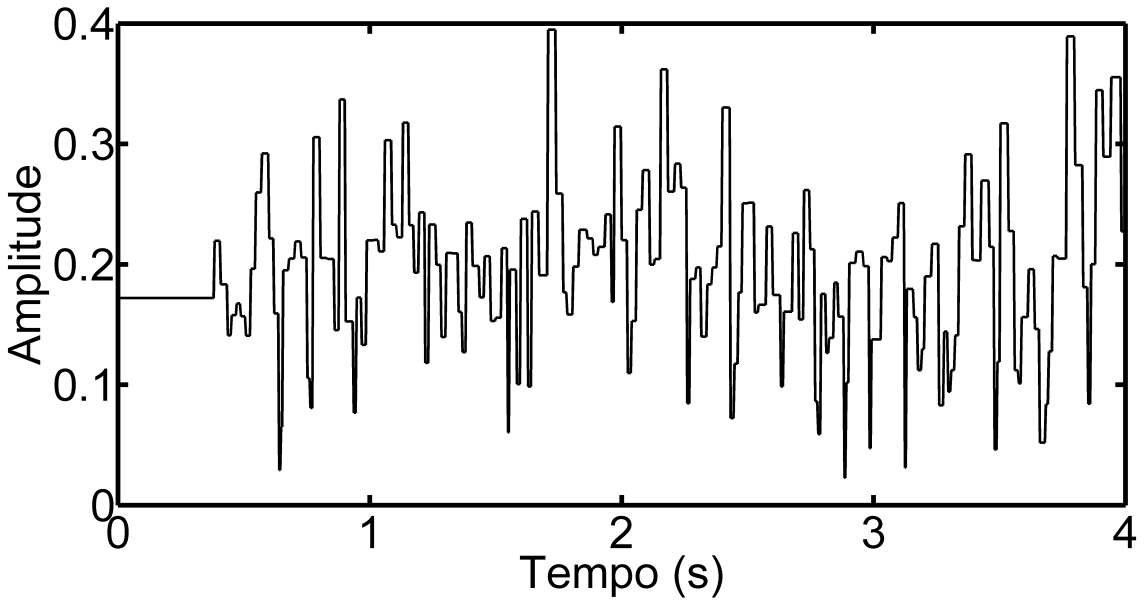


Figura 29 – Coeficientes da correção de amplitude (pré-filtro). A curva se assemelha a uma composição de funções degrau, com diferentes escalas.

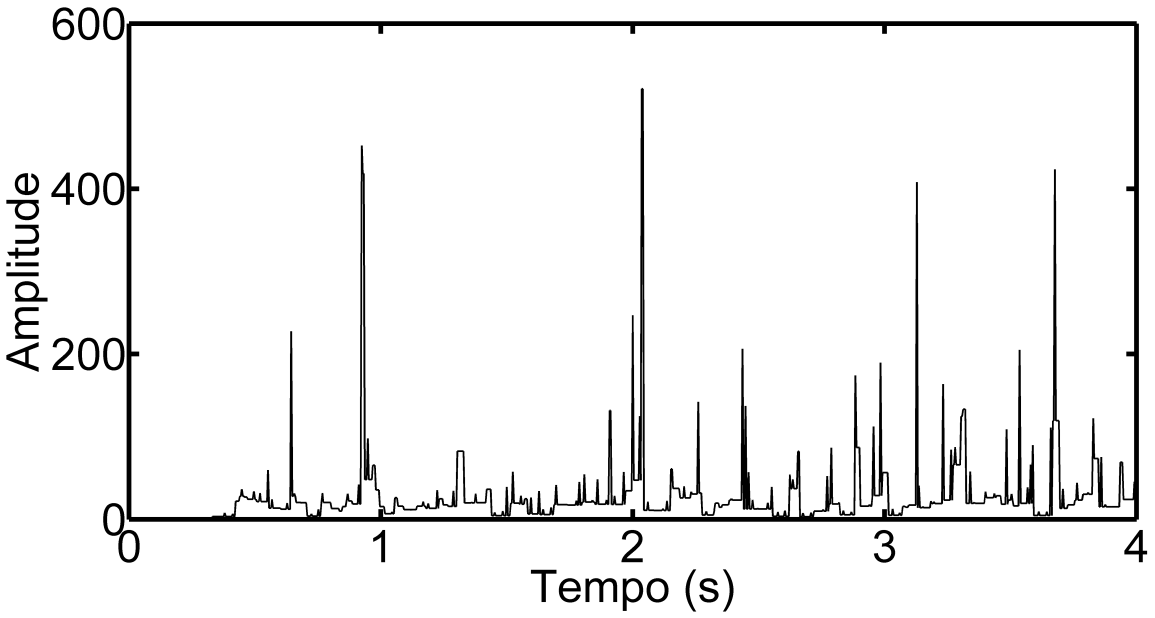


Figura 30 – Coeficientes da correção de amplitude do empilhamento espectral. Os degraus mais altos correspondem às menores amplitudes.

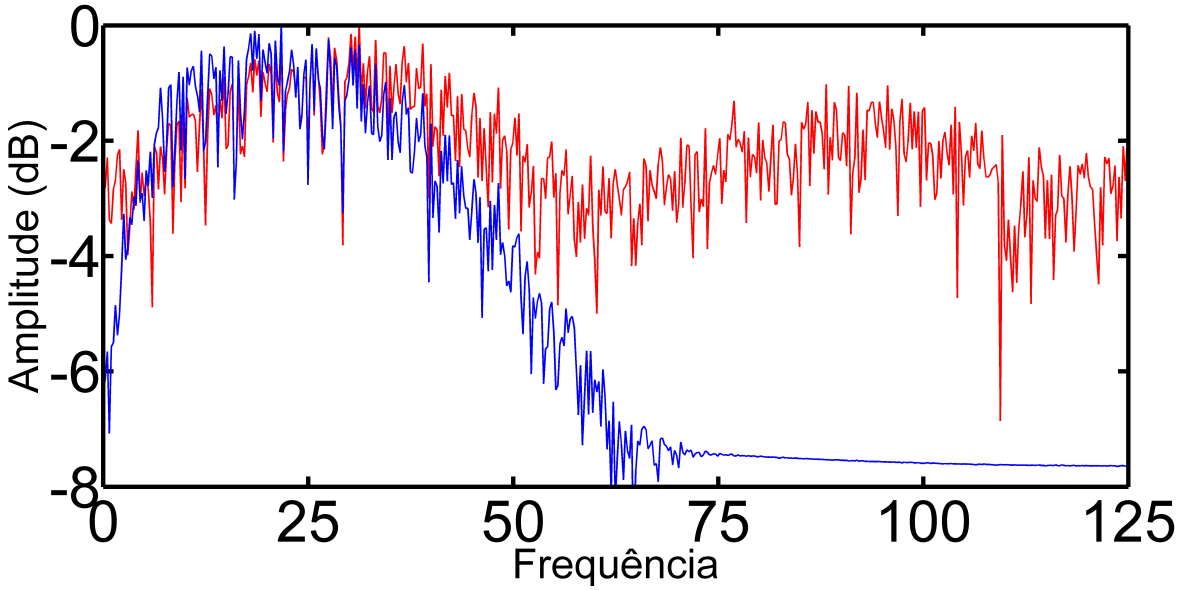


Figura 31 – Comparação dos espectro antes e após o filtro de nitidez. A linha azul corresponde ao traço sintético original e a linha vermelha ao traço sintético filtrado. O o conteúdo de frequência é estendido até a frequência de Nyquist.

original) e no traço 3, com mesma amplitude. O mesmo não ocorre para o método RD (traço 4). Mesmo nos trechos onde não há melhora da resolução, a relação de

amplitude é modificada. Cabe notar que no traço 4 toda amplitude está contida no retângulo verde, exceto o evento principal (em torno de 3,625 s). As setas vermelhas indicam eventos criados pelos lóbulos secundários das derivadas. Em torno de 3,6 s, percebe-se um desequilíbrio das amplitudes dos lóbulos laterais do evento principal, causado pelos lóbulos secundários do evento acima. Isso traz a ideia de que houve mudança de fase, porém o lóbulo central continua alinhado com os eventos dos demais traços. Da mesma maneira, os lóbulos secundários criam falsos eventos, como pode ser observado em 3,55 s e 3,65 s. Esses problemas não são notados no traço 3, mostrando que a metodologia proposta nesta tese para tratar os lóbulos secundários foi eficiente. As elipses em azul mostram o impacto das derivadas de ordem mais alta na resolução. O algoritmo RD melhora a identificação dos eventos nos trechos destacados em relação ao filtro de nitidez.

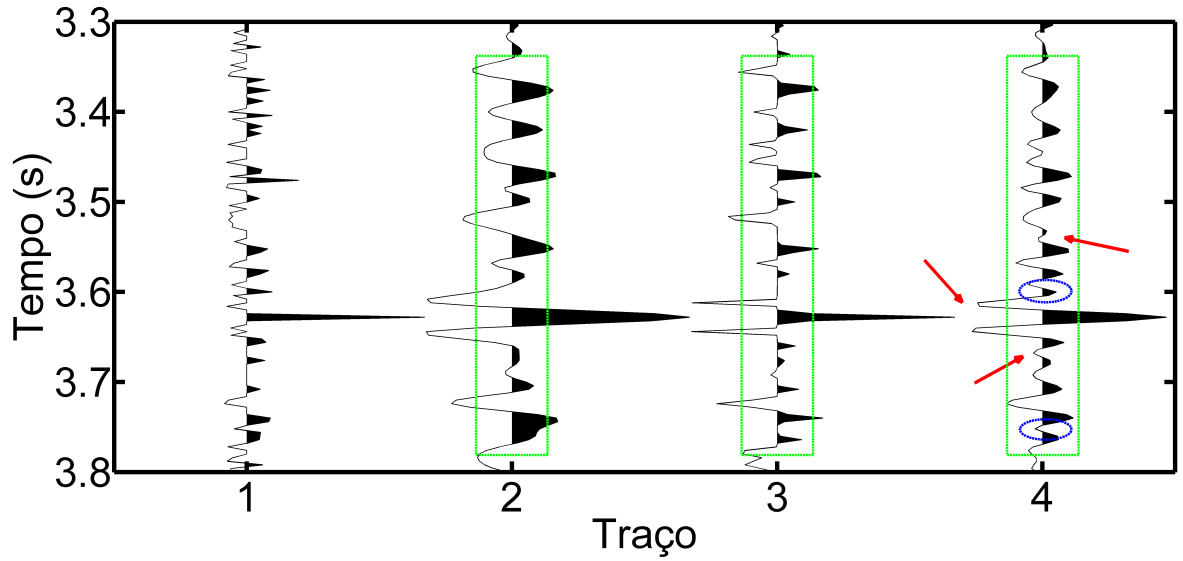


Figura 32 – Filtro de nitidez e algoritmo RD. O traço 1 representa os coeficientes de reflexão, o traço 2 é o sinal sísmico modelado com um pulso Ricker que possui frequência de pico de 15 Hz, o traço 3 é a saída do filtro de nitidez e o traço 4 é a saída do algoritmo RD. Os retângulos verdes destacam a preservação da amplitude no traço 3 (mesma amplitude do traço 2). O mesmo não ocorre no traço 4. As setas vermelhas indicam eventos criados pelos lóbulos secundários. As elipses mostram melhor resolução devido às derivadas de ordem mais alta.

Atendida a consistência do filtro de nitidez, quanto ao ganho de resolução dos eventos limitados pelo critério de Ricker, investigou-se a estabilidade do método em relação ao aumento do nível de ruído. No prefácio do seu livro, Wang (2009) afirma

que a melhoria da resolução sísmica não é apenas função da largura de banda, mas também da razão sinal/ruído. A sua afirmação alerta sobre o problema de estabilidade enfrentado pelos algoritmos tradicionais do filtro inverso Q, que aumentam a largura de banda, mas podem degradar a razão sinal/ruído, prejudicando a resolução do sinal sísmico.

Diante do exposto, percebe-se que a aplicação de processos de filtragem deve ser direcionada de forma a preservar a razão sinal/ruído existente no dado sísmico, ou seja, não deve amplificar o nível de ruído. Sendo assim, nos testes realizados com o filtro de nitidez, foi avaliado não só o aumento do conteúdo de frequência, mas também a consistência quanto à amplificação do nível de ruído. A ideia é mostrar que o aumento no conteúdo de frequência, através do filtro de nitidez, não implica no aumento do nível de ruído.

Para testar a estabilidade do método diante do ruído, foi adicionado ruído branco ao traço 2 da Figura 28. O ruído possui média de 18% da amplitude absoluta máxima do sinal. A Figura 33(a) mostra a parte inicial do traço sintético ruidoso com q igual a 8 e A igual a 2. Apesar do valor desafiador, o nível de ruído não aumentou após a aplicação do filtro de nitidez. No entanto, conforme mostrado na Figura 33 (b), o alto nível de ruído afetou os máximos, adicionando picos fictícios ao sinal, sem qualquer relação com os coeficientes de reflexão. Isso impediu a identificação dos coeficientes de reflexões.

Apesar de não ter resolvido as interfaces, o filtro de nitidez não amplificou o nível de ruído. De fato, o método apenas comprimiu as formas de onda associadas aos eventos ruidosos, sem modificar as suas amplitudes. Vale esclarecer que nesta tese não houve a intenção de criar um método imune ao ruído. O foco foi assegurar que o nível de ruído não seria amplificado pelo uso do filtro de nitidez e, nesse aspecto, o método obteve êxito.

A partir dos resultados dos dados sintéticos, avançou-se para o passo seguinte que foi a aplicação do filtro de nitidez em dados reais. A Figura 34 mostra uma seção sísmica, da Bacia de Santos, usada para avaliar o ganho no conteúdo de frequência. A seção ilustra uma extensa sequência evaporítica (sal) com algumas estratificações, sugerindo intercalações de rochas evaporíticas distintas (Mohriak et al., 2008). A seção sísmica também mostra uma proeminente discordância na base da sequência evaporítica, por causa do grande contraste de impedância entre a halita e a anidrita.

O dado sísmico usado neste estudo foi obtido através de um algoritmo de

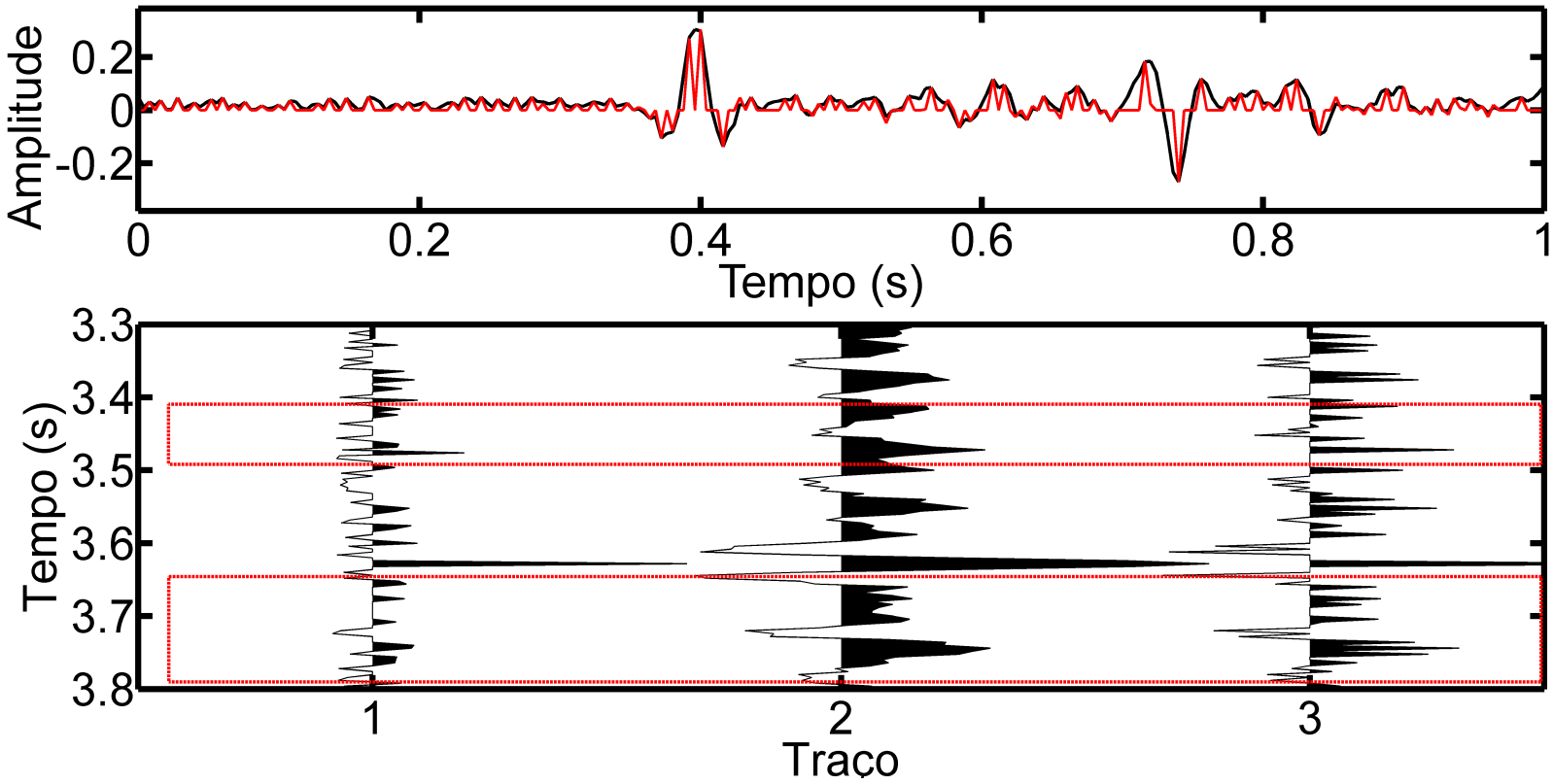


Figura 33 – Filtro de nitidez aplicado ao dado sintético ruidoso. (a) Trecho inicial dos dados sintéticos ruidosos (linha preta) mostrando que não há aumento de ruído após a aplicação do filtro de nitidez (linha vermelha). (b) Dados da Figura 28 com adição de ruído. O alto nível de ruído afeta os máximos, prejudicando a resolução, mas o filtro de nitidez não aumenta o nível de ruído.

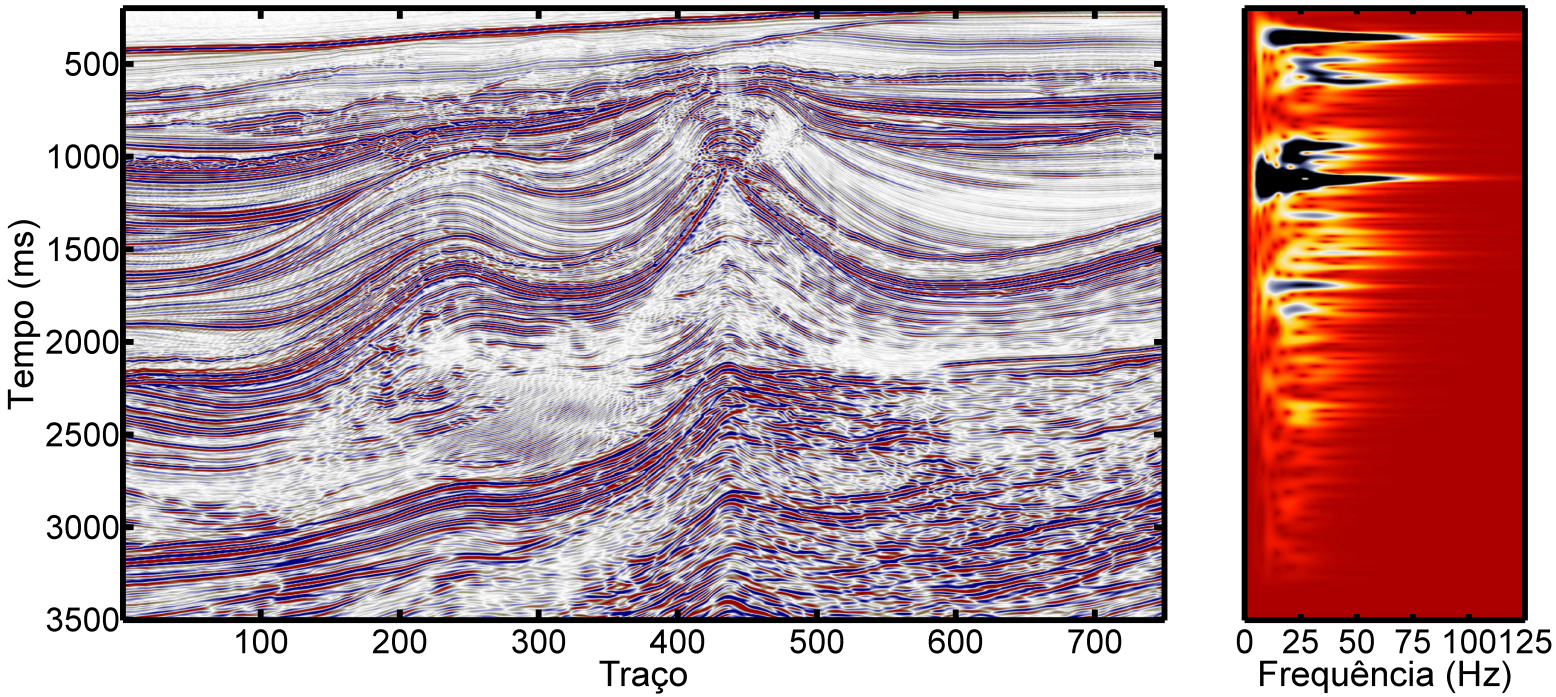


Figura 34 – Seção sísmica da bacia de Santos. Valores positivos das amostras do sinal sísmico estão em azul.

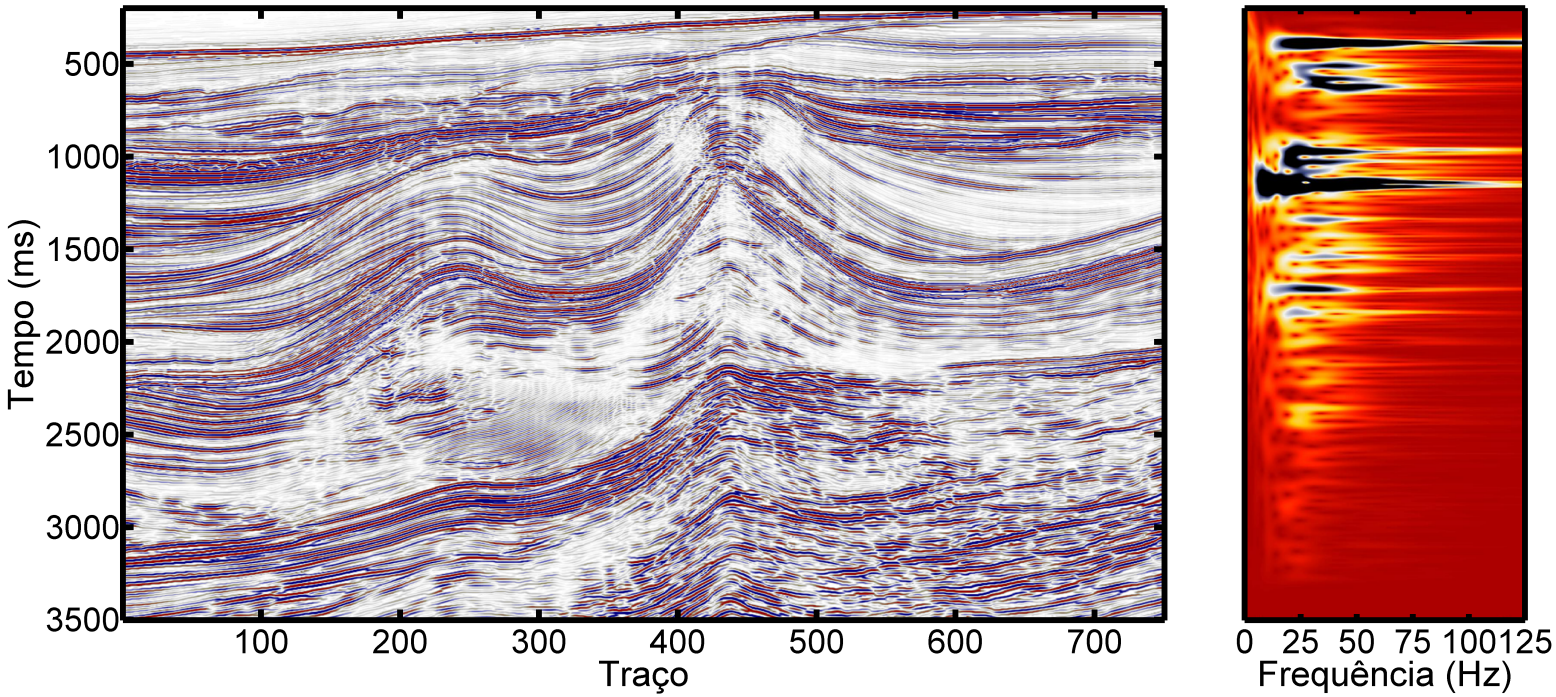


Figura 35 – Dado real após a aplicação do filtro de nitidez. O conteúdo de frequência foi estendido, inclusive, na porção inferior da seção sísmica.

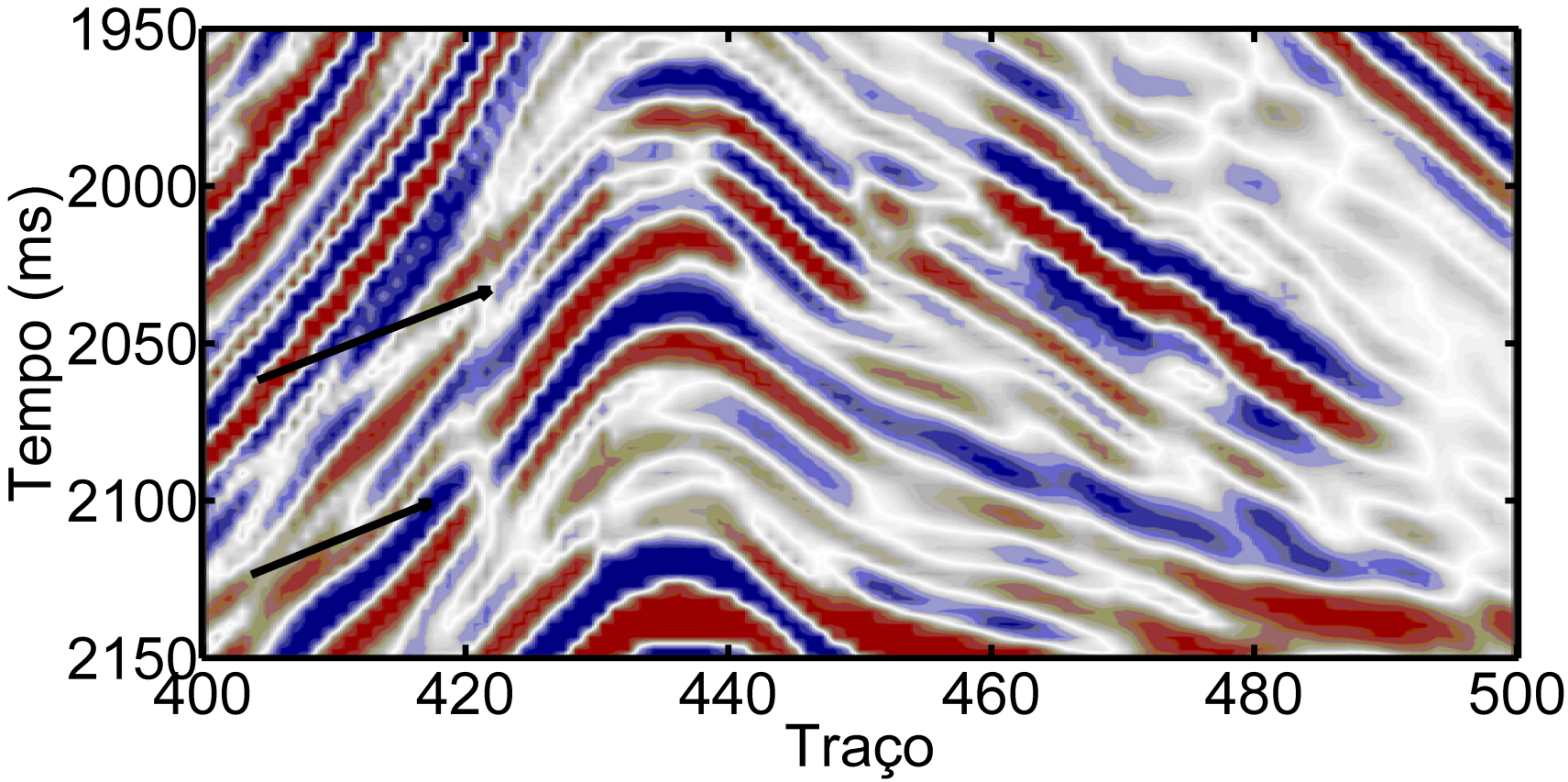


Figura 36 – Seção sísmica mostrando em detalhe estratificações na sequência evaporítica, próximas ao traço 450.

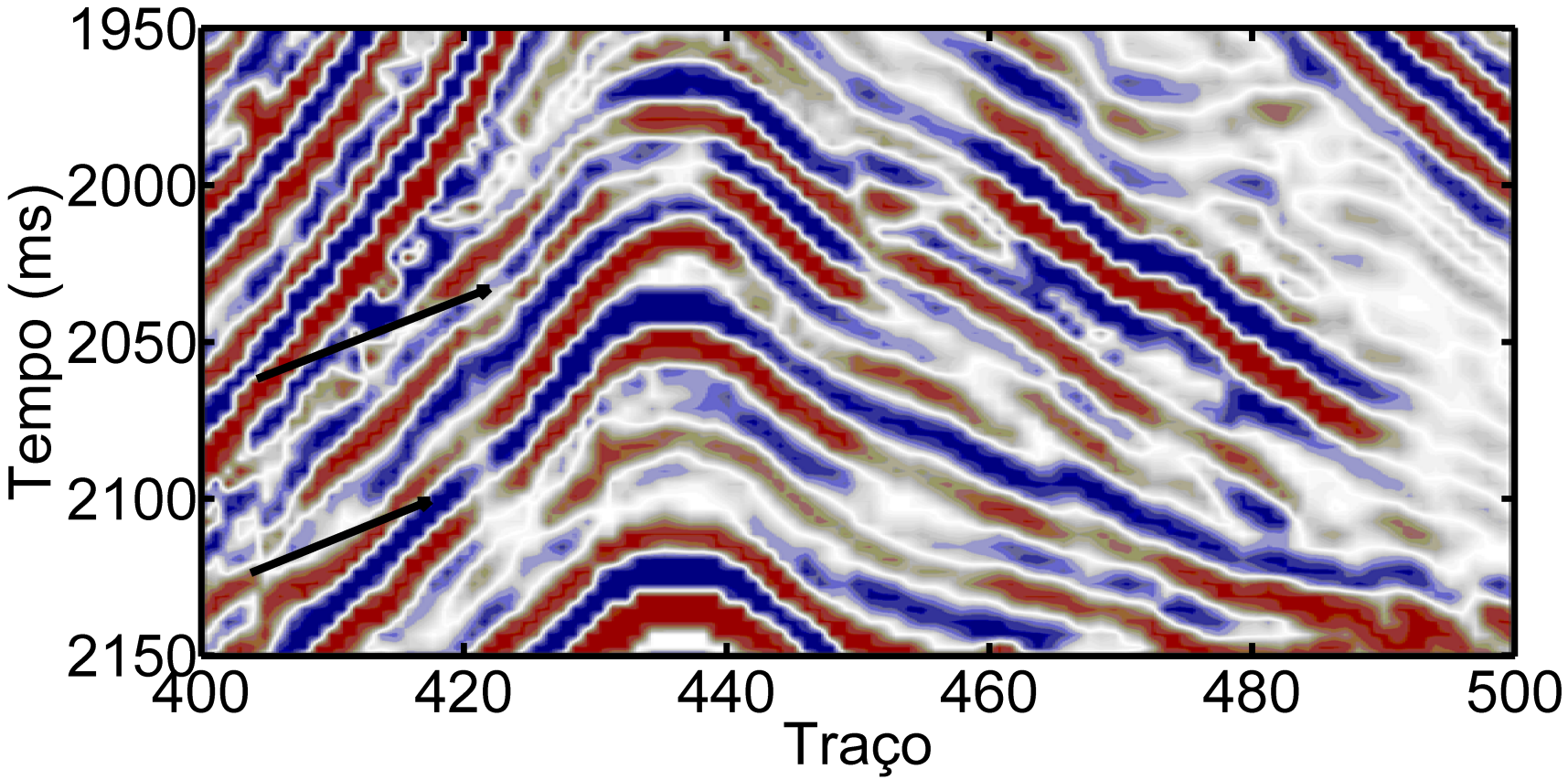


Figura 37 – Seção sísmica mostrando em detalhe estratificações na sequência evaporítica, após a aplicação do filtro de nitidez. O filtro de nitidez melhorou a continuidade dos eventos.

migração pré-empilhamento Kirchoff. A seção sísmica é composta por 750 traços, com 1301 amostras e intervalo de amostragem de 4ms. O espectro de amplitude variável no tempo, calculado pela transformada *wavelet* de Morlet, mostra que o dado possui frequências variando entre 6 e 75 Hz, com as maiores amplitudes concentradas acima da sequência evaporítica (pós-sal).

A Figura 35 mostra o resultado do filtro de nitidez obtido com q igual a 8 e A igual a $-8,6$. Esses são os mesmos valores utilizados nos testes sintéticos. A partir da análise do espectro de amplitude variável no tempo, é possível observar a redistribuição das amplitudes ao longo das frequências, estendendo o espectro de amplitude para valores próximos da frequência de Nyquist. Esse aspecto mais amplo do espectro ocorre, inclusive, na porção inferior da seção sísmica.

A aplicação do método mostrou alguns eventos com mais nitidez. Por exemplo, os eventos ficaram mais nítidos no trecho entre 1500 e 2500 ms, no entorno do traço 150. A melhora na continuidade lateral pode ser observada em alguns refletores. Para ilustrar melhor o efeito do filtro de nitidez, algumas regiões da seção sísmica são mostradas em detalhe.

As estratificações da sequência evaporítica são mostradas na Figura 36, no trecho entre 1950 e 2150 ms e no entorno do traço 450. Na Figura 37, a aplicação do filtro de nitidez apresentou resultados similares ao exemplo anterior, ou seja, eventos mais nítidos e melhora na continuidade lateral de alguns refletores.

O intervalo dos carbonatos é mostrado na Figura 38 no trecho entre 2100 e 2400 ms, também em entorno do traço 450. O trecho apresenta feições anticlinais com bastante reflexões (intercalações). Após a aplicação do filtro de nitidez (Figura 39), foi possível observar, de forma mais clara, a sobreposição das feições anticlinais no trecho em questão.

Por fim, a Figura 40 ilustra o efeito da correção de amplitude. Foi escolhido o valor da amplitude absoluta máxima em cada traço, no mesmo intervalo mostrado na Figura 38. Observe que a amplitude máxima obtida a partir da correção da amplitude, representadas por círculos vermelhos, são, praticamente, idênticas às originais, representadas pela linha preta. Isso demonstra a eficácia do método na preservação da amplitude dos dados sísmicos.

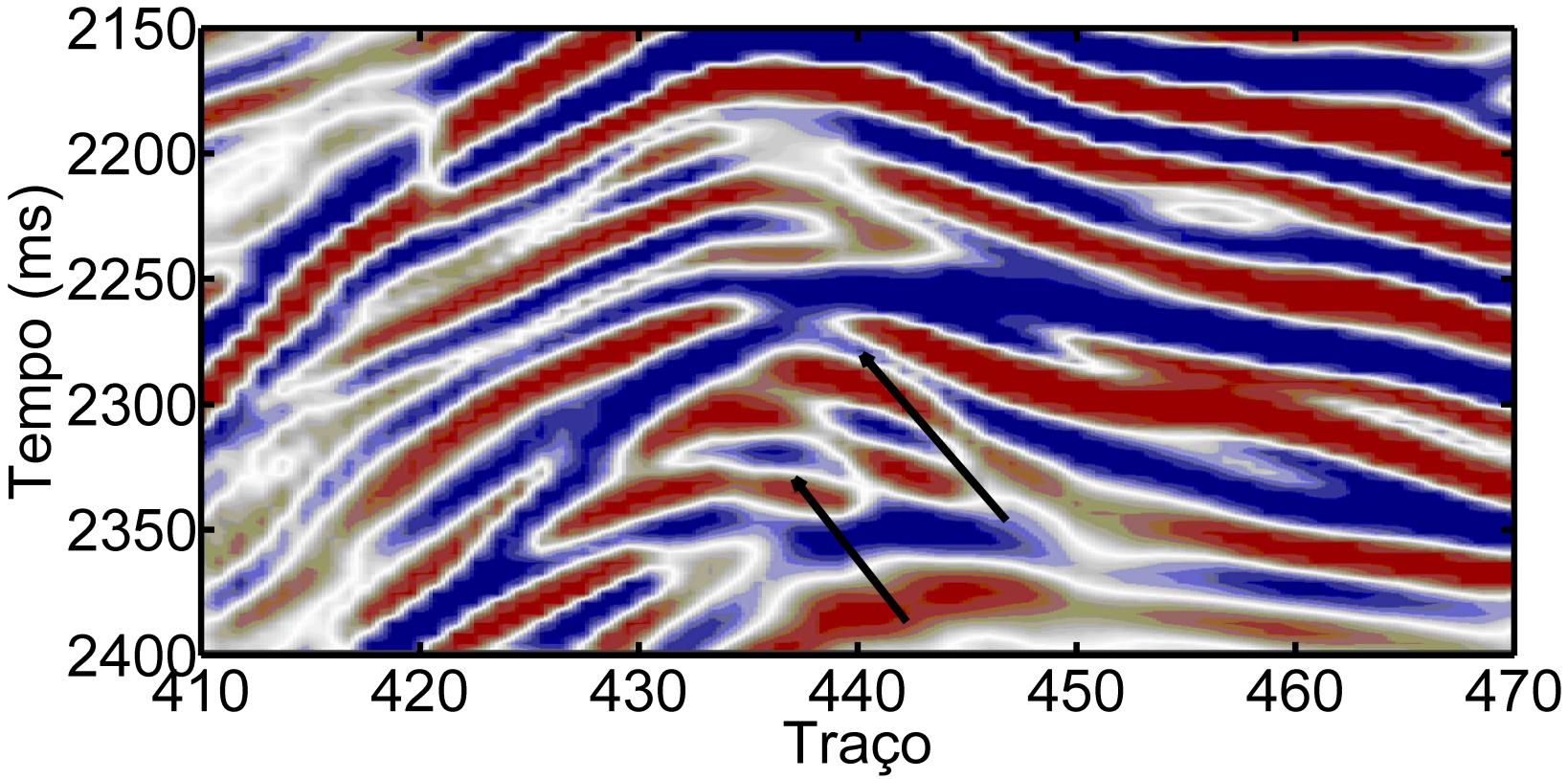


Figura 38 – Seção sísmica em detalhe no intervalo dos carbonatos.

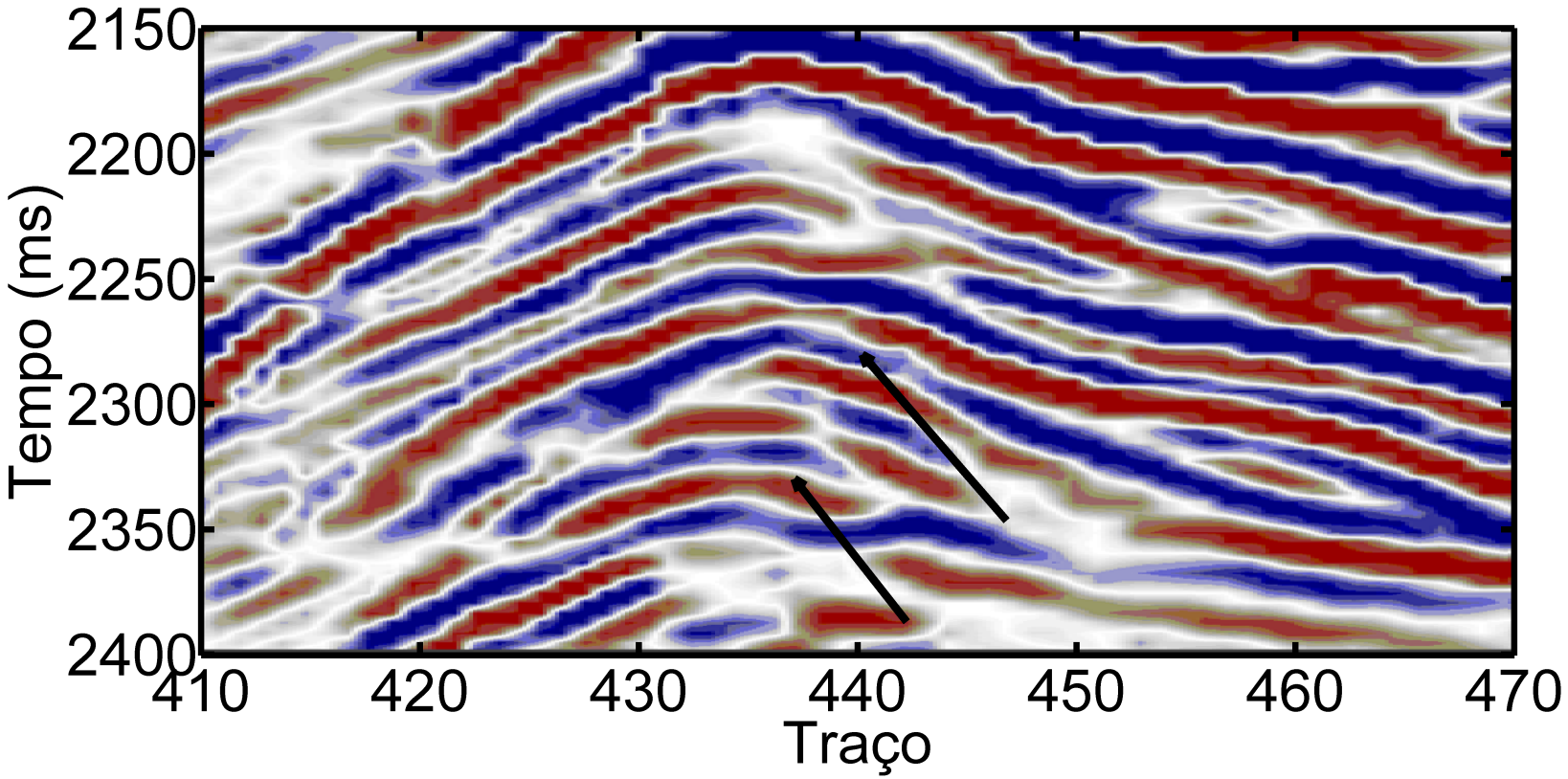


Figura 39 – Seção sísmica em detalhe no intervalo dos carbonatos, após a aplicação do filtro de nitidez. A sobreposição das feições anticlinais ficou mais nítida.

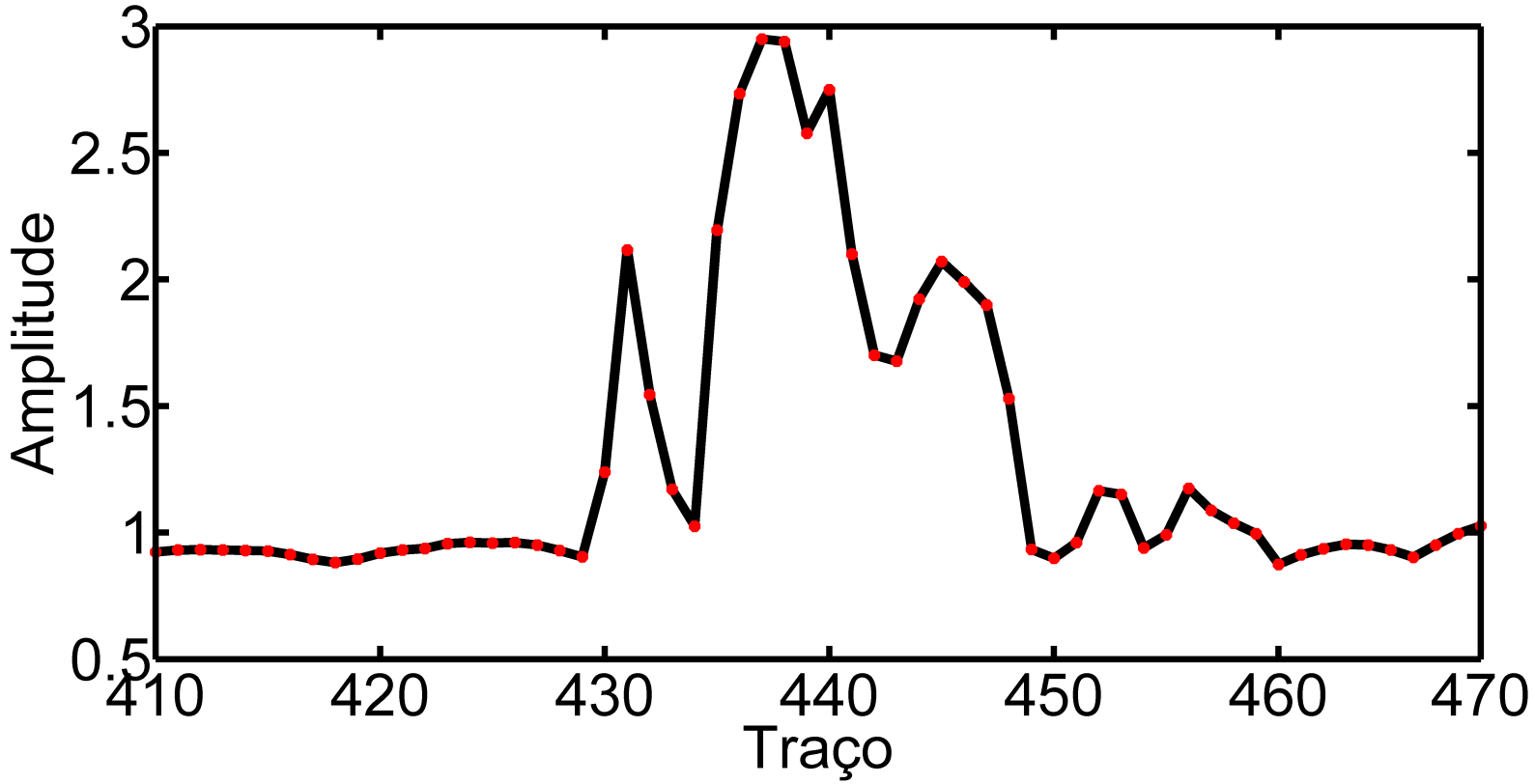


Figura 40 – Correção de amplitude no mesmo intervalo mostrado na Figura 38. Os círculos vermelhos representam a saída do filtro de nitidez e a linha preta o dado original.

4.2 Deconvolução por Empilhamento Espectral

Para a primeira avaliação do ganho de resolução com a deconvolução por Empilhamento Espectral, foi usado um modelo de refletividade disposto como um acunhamento, conforme Figura 41. Esse modelo possui duas interfaces, topo e base com coeficientes de reflexão iguais e positivos, que estão distribuídas ao longo de 54 traços. O intervalo entre topo e base é de 2,5 ms para o traço 3 e para os demais traços há um incremento no intervalo de 2,5 ms por traço.

A Figura 42 mostra a seção sísmica modelada a partir da convolução dos coeficientes de reflexão da Figura 41. Foi usado um pulso Ricker com frequência de pico de 15 Hz e intervalo de amostragem de 4 ms. É possível observar o efeito de *tuning* e a interferência entre os lóbulos laterais, a medida em que a espessura do acunhamento diminui. O topo e a base do modelo são identificados a partir do traço 16. O limite de resolução de Ricker está indicado no traço 15.

Como informado na seção 3.3, o sinal sísmico, no domínio do empilhamento espectral, tende a apresentar um comportamento mais suave, pois a integração favorece as frequências baixas e penaliza as frequências mais altas. Como consequência da suavização, a identificação do topo e da base da camada pode ser prejudicada em alguns trechos. A Figura 43 mostra a seção sísmica da Figura 42 no domínio $\mathcal{E}$. Os máximos permanecem coincidentes com as reflexões e não há mais interferência dos lóbulos laterais. Contudo, o aspecto suavizado da seção afetou o intervalo de separação entre o topo e a base da camada, que passou a ser detectado a partir do traço 23. Com isso, o limite de resolução de Ricker passou para o traço 22.

Também foi informado na seção 3.3 que a radiciação do espectro de amplitude do sinal, no domínio $\mathcal{E}$, pode ser usada para aumentar a resolução. A Figura 44 representa a deconvolução por Empilhamento Espectral da Figura 42 com índice de radiciação igual a 1,7. O método de deconvolução proposto conseguiu recuperar a resolução original. O intervalo de separação entre o topo e a base voltou a ser exibido no traço 16. A forma do pulso foi removida e a resposta do método é, praticamente, idêntica ao modelo de refletividade, a partir do traço 16. Além disso, nota-se que o nível de ruído de alta frequência não comprometeu a qualidade do dado. Apesar da separação do topo e da base nos traços 14 e 15, os coeficientes de reflexão não estão posicionados corretamente nesses traços. O índice de radiciação não foi adequado, sendo necessário aumentá-lo.

A Figura 45 representa a deconvolução por empilhamento espectral da Figura

42 com índice de radiciação igual a 6. Com esse novo valor de índice de radiciação, o método de deconvolução por empilhamento espectral conseguiu separar topo e base da camada corretamente, a partir do traço 8. Vale notar que o traço 8 está em *tuning* (Figura 42), ou seja, o método recuperou o posicionamento do topo e da base da camada, mesmo sob efeito de interferência construtiva, apesar de contaminar o dado com ruído de alta frequência. Contudo, isso não comprometeu a qualidade da imagem da seção.

Por fim, foi usado um valor extremo do índice de radiciação, conforme Figura 46. O ruído de alta frequência contaminou parte do topo da camada. Os coeficientes de reflexão apresentam variação de amplitude, algo que não foi observado nos exemplos anteriores. Além disso, não houve melhora na resolução em relação à Figura 45. A separação do topo e da base continua sendo identificada a partir do traço 8, corroborando com o que foi apontado na seção 3.3 (valores altos do índice de radiciação, não implicam, necessariamente, em aumento de resolução).

Esses experimentos mostraram que a deconvolução por empilhamento espectral resolveu interfaces sob o efeito de *tuning*, aumentando a resolução. A separação do topo e da base da camada foi identificada a partir do traço 16 (Figura 42), cujo intervalo é de 36 ms. Após a deconvolução por empilhamento espectral, a separação ocorreu a partir do traço 8 (Figura 45), cujo intervalo é de 16 ms. Isso permite concluir que o método dobrou a resolução original do sinal.

É importante mencionar que o índice de radiciação variou em cada iteração. Como mencionado na seção 3.3, quanto maior o índice de radiciação, mais ruído de alta frequência. Logo, a cada iteração, o índice de radiciação foi reduzido até convergir para o valor 1. Uma forma simples de realizar a convergência é aplicar uma potência, menor que 1, ao índice de radiciação, em cada iteração. Foi observado que quanto maior o índice de radiciação, mais rápida deveria ser a convergência para o valor 1, para evitar o ruído de alta frequência. Por exemplo, para o índice de radiciação com valor 16, a potência usada foi de 0,1, gerando valores que convergiram com apenas 4 iterações (16,00, 1,32, 1,03 e 1,00). Em todos os testes, 5 iterações foram suficientes para gerar resultados satisfatórios. A Tabela 4 reúne alguns valores usados nesta tese.

Após os resultados apresentados e discutidos nos dados sintéticos, seguiu-se com a aplicação da deconvolução por empilhamento espectral aos dados reais. A Figura 47 mostra a deconvolução por Empilhamento Espectral da seção sísmica

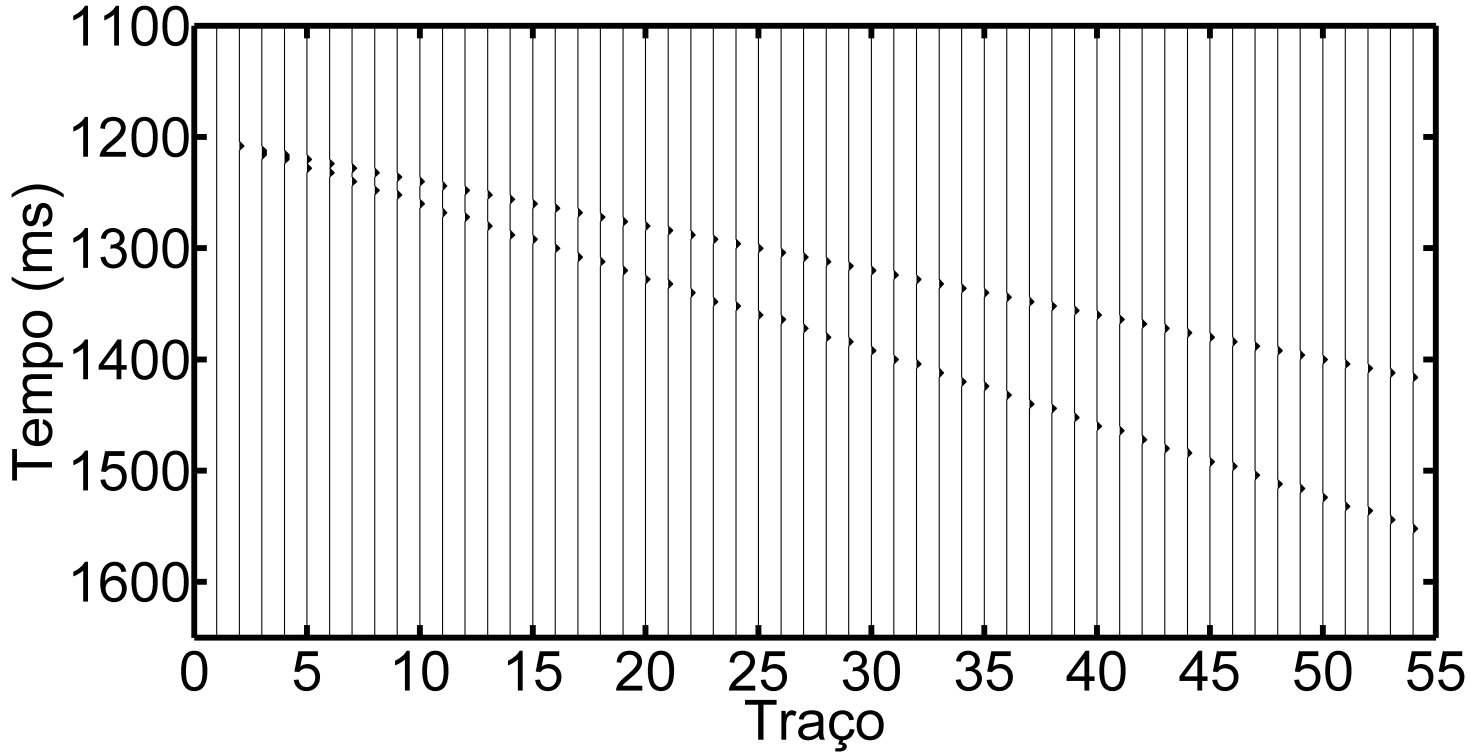


Figura 41 – Modelo de refletividade. O intervalo entre topo e base é de 2 ms para o traço 3, com incremento de 2,5 ms por traço para os demais.

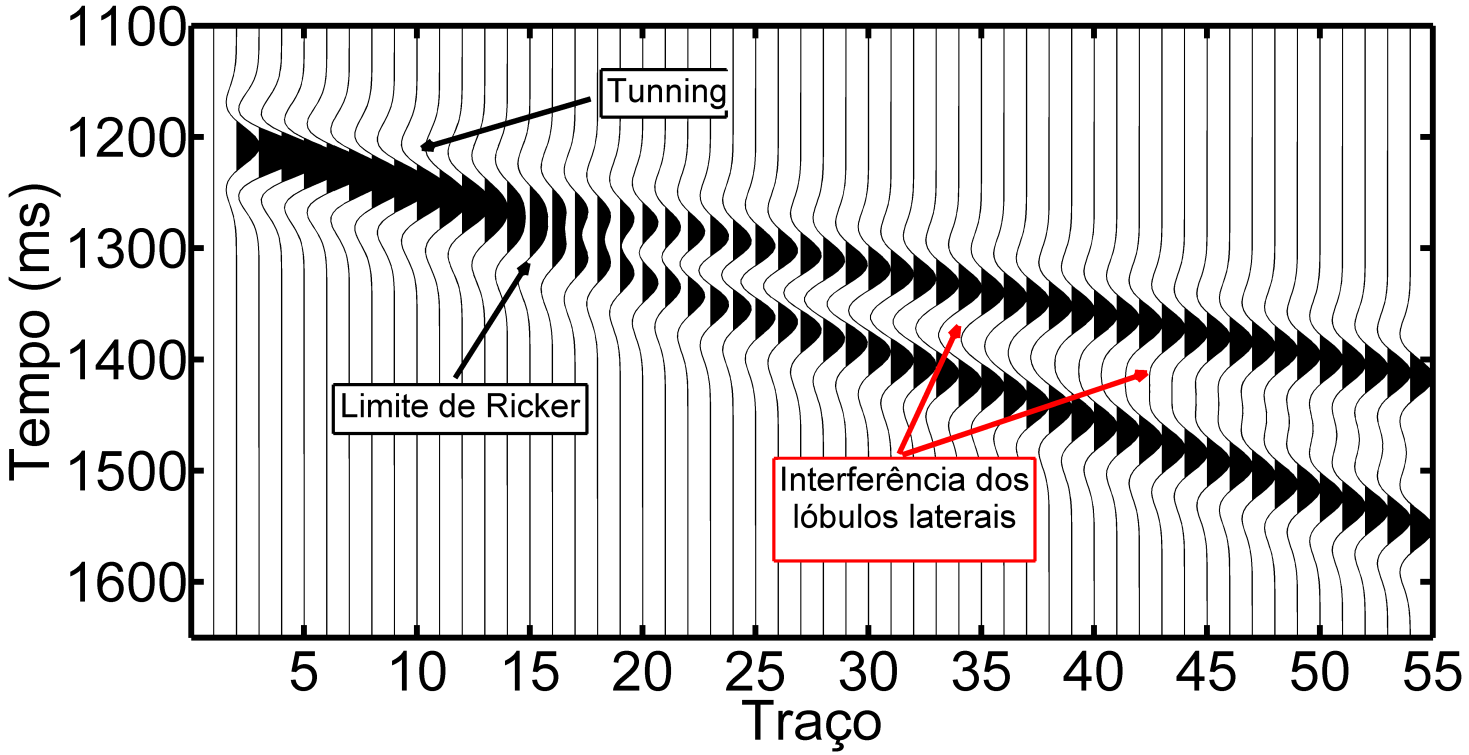


Figura 42 – Dado sintético. Seção sísmica obtida a partir da convolução entre os coeficientes de reflexão da Figura 41 e um pulso Ricker com frequência de pico de 15 Hz.

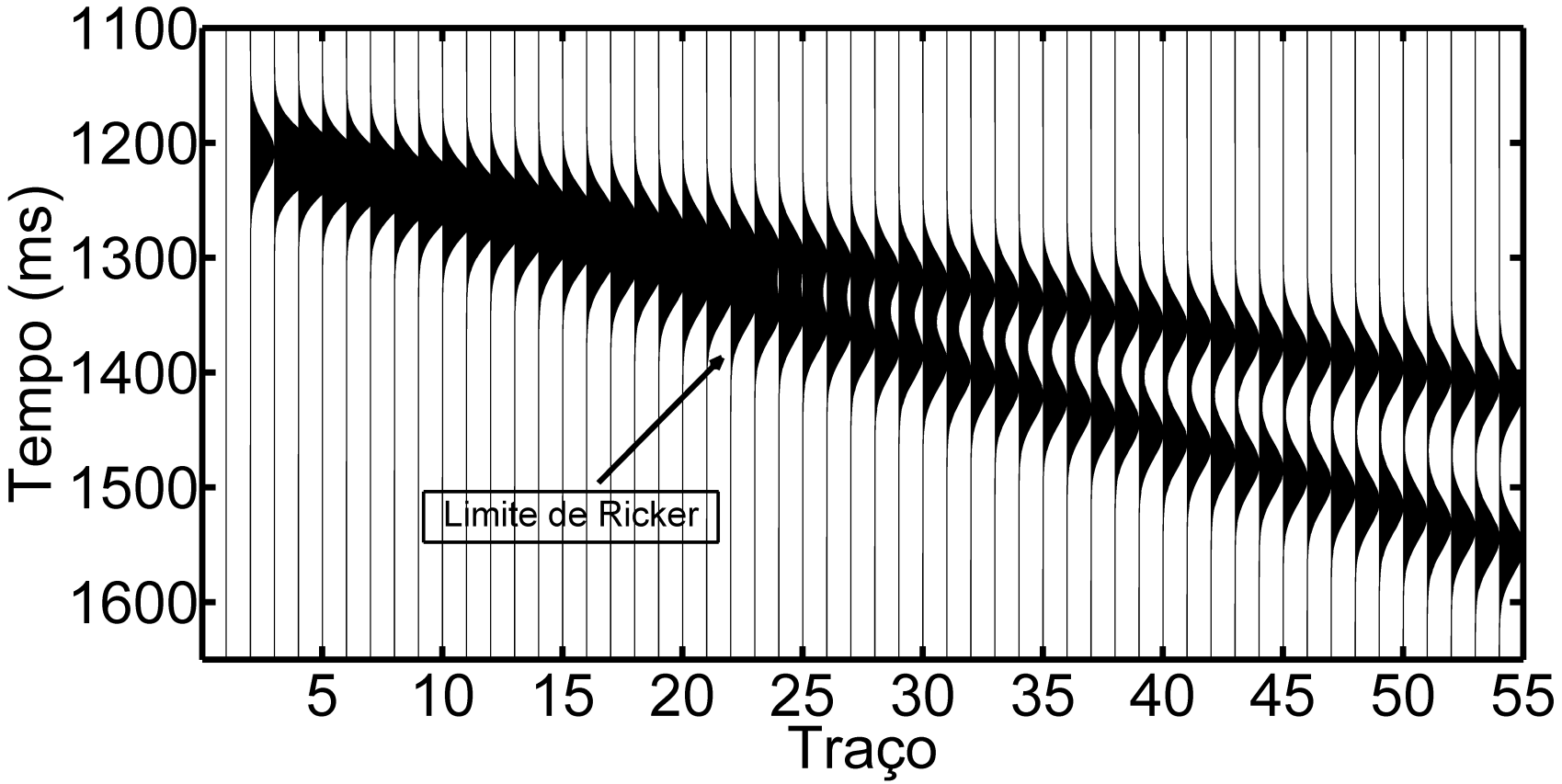


Figura 43 – Seção sísmica da Figura 42 no domínio do empilhamento espectral. Não há mais interferência dos lóbulos laterais.

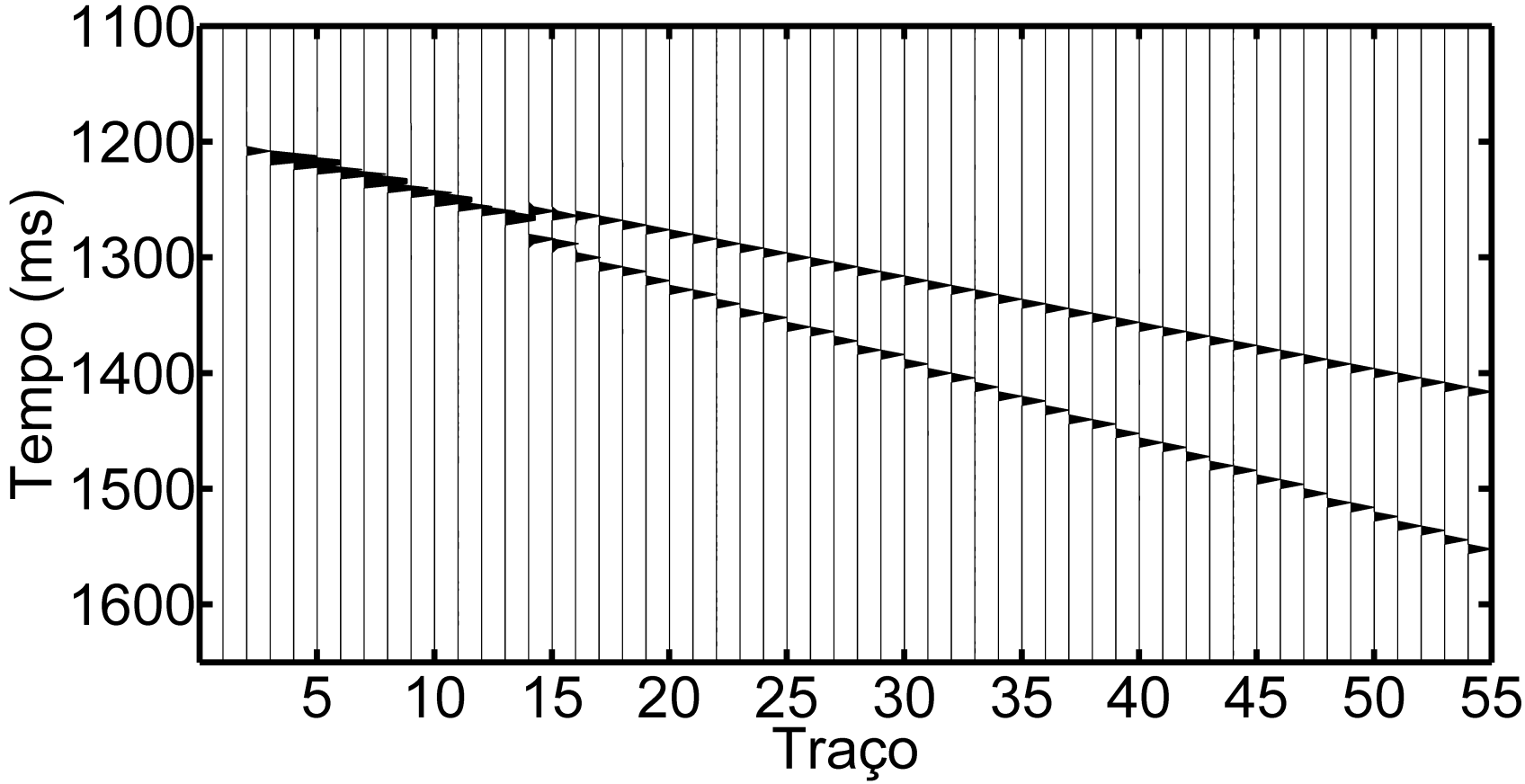


Figura 44 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 1,7. Há separação entre topo e base no traço 16, indicando que a resolução original do sinal foi recuperada.

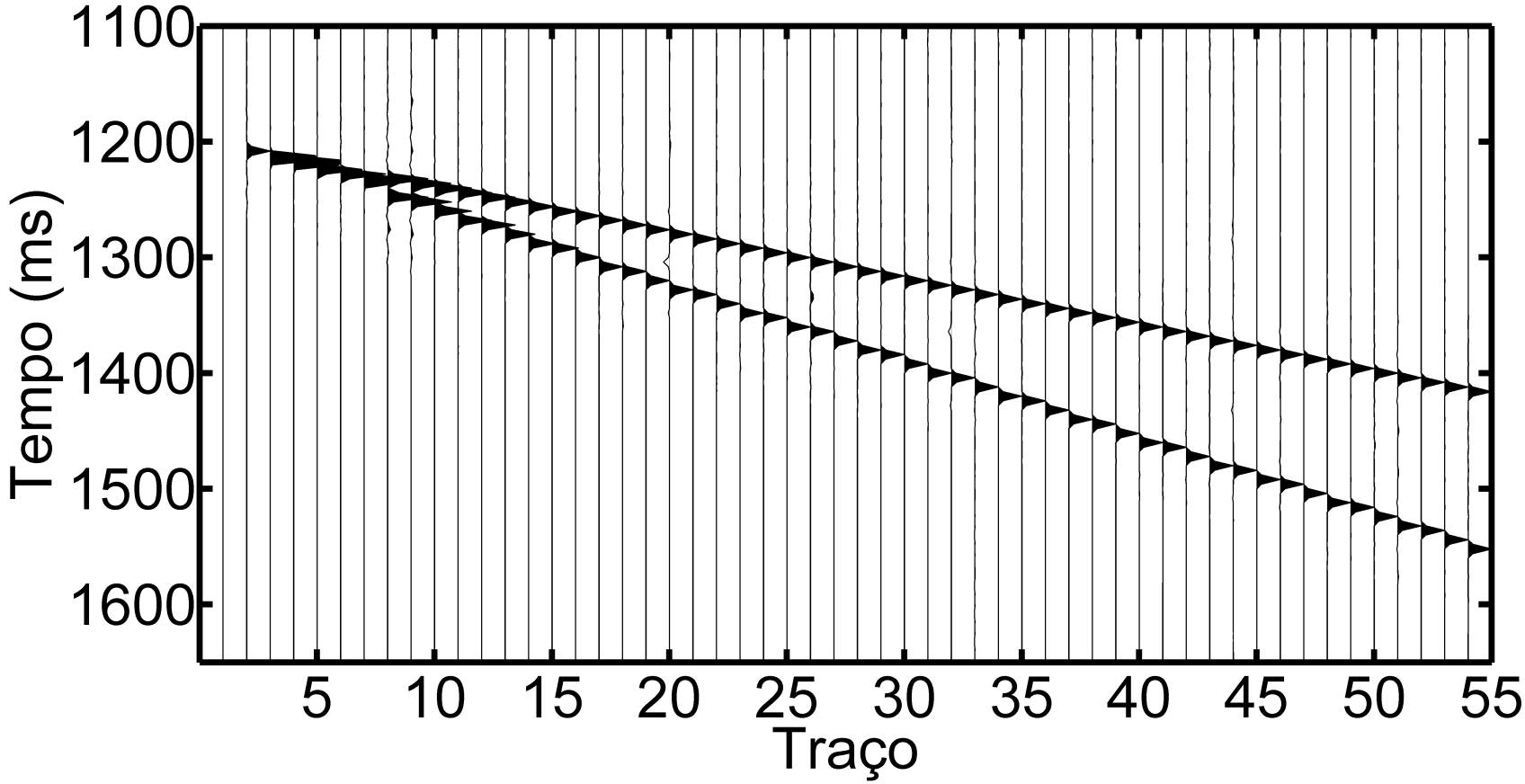


Figura 45 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 6. Observa-se o ganho de resolução com a separação das reflexões na região de *tuning*.

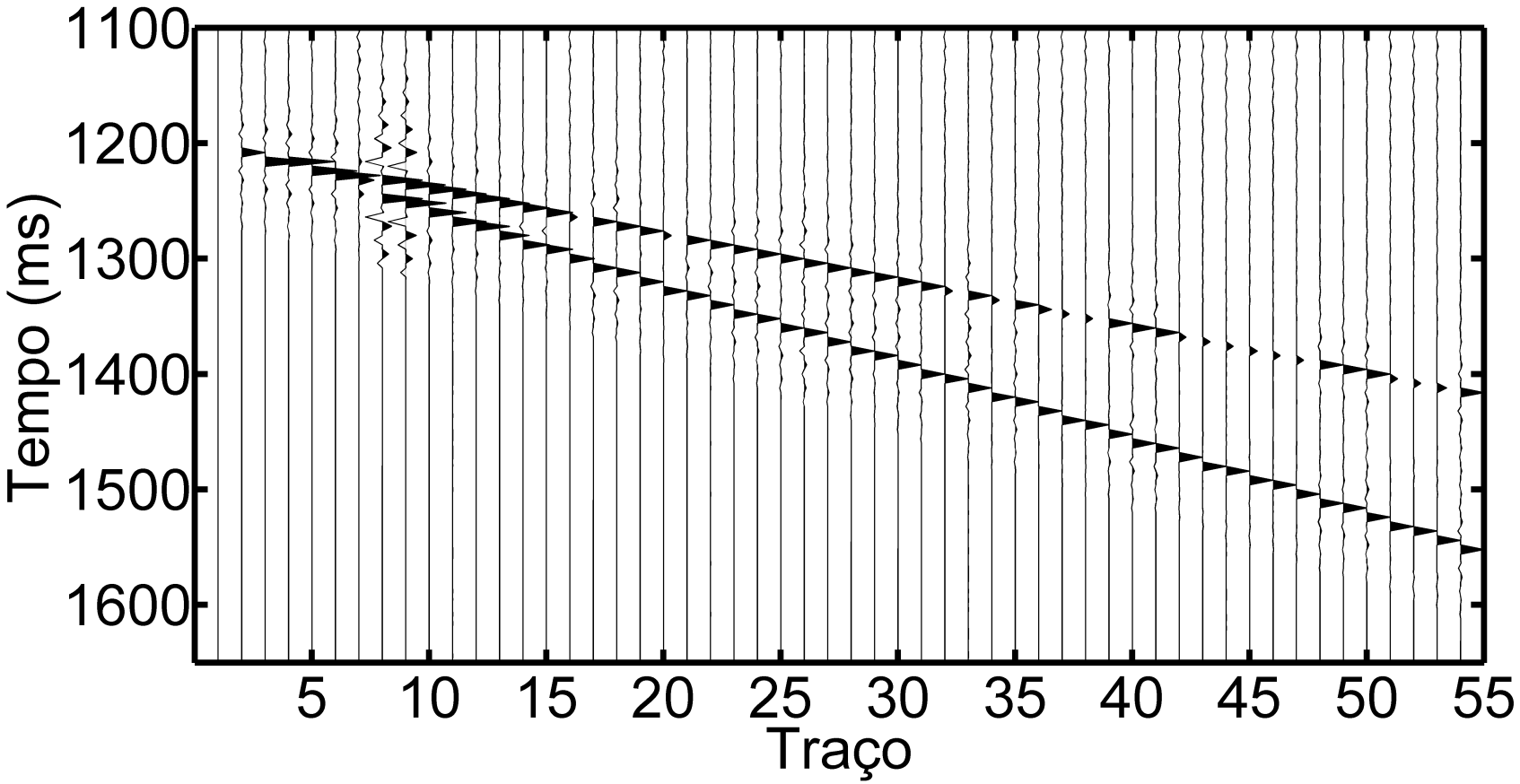


Figura 46 – Deconvolução por empilhamento espectral com índice de radiciação igual a 60. O valor extremo do índice de radiciação apenas aumentou o ruído de alta frequência. Não há ganho de resolução em relação à Figura 45.

ilustrada na Figura 34, com índice de radiciação igual a 1,7 e 5 iterações. O método removeu com eficiência a forma do pulso sísmico, mesmo com um valor baixo de índice de radiciação. As feições que, antes da aplicação do método, estavam mascaradas pelos lóbulos laterais, passaram a ser visíveis. O ganho de resolução também pode ser observado em toda seção sísmica. Por exemplo, a melhora na continuidade e na separação dos eventos é evidente dentro da sequência evaporítica. O conteúdo de frequência foi estendido, inclusive na parte inferior da seção sísmica, como pode ser constatado no espectro de amplitude. Isso confirma a robustez do método na remoção da forma do pulso e no ganho de resolução. As imagens a seguir mostram, com maior detalhe, o impacto do método sobre a resolução.

Tabela 4 – Convergência dos índices de radiciação.

ÍNDICE	POTÊNCIA	ITERAÇÕES
60	$0,1$	5
16	$0,1$	4
8	$0,25$	5
6	$0,25$	5
4	$0,5$	10
$1,7$	$0,5$	9
$1,1$	$0,7$	11

A Figura 48 mostra a interface do fundo do mar, com típica simetria de pulso de fase zero. A Figura 49 representa a deconvolução por empilhamento espectral da seção na Figura 48, com índice de radiciação igual a 1,7 e 5 iterações. O método removeu a forma do pulso sísmico da interface do fundo do mar. Além disso, o método manteve o posicionamento e a polaridade da interface coincidentes com o lóbulo central da interface da Figura 48.

A Figura 50 mostra em destaque a sequência evaporítica. A Figura 51 representa a deconvolução por empilhamento espectral da Figura 50, com os mesmos parâmetros do exemplo anterior. É possível observar que o método evidenciou as estratificações no pacote de sal. O intervalo entre 1400 e 1600 ms está marcado por fortes contrastes de impedância, ao passo que, no intervalo entre 1700 e 1900 ms, as reflexões são mais fracas. Isso pode indicar que, no intervalo inferior, há predominância de halita.

A Figura 52 mostra a porção inferior da seção, no trecho entre 2100 e 3500 ms. Não há uma definição clara dos refletores, devido a falta de resolução no trecho em questão. A Figura 53 mostra a deconvolução por empilhamento espectral no mesmo

intervalo da Figura 52. Após a aplicação do método, o aspecto distorcido deu lugar a feições mais nítidas. Houve melhora na resolução, assim como na continuidade dos refletores.

O empilhamento espectral foi capaz de aumentar o conteúdo de frequência sem gerar artefatos ou amplificar ruído. Essa é uma característica desejável, pois melhora a resolução sísmica. No entanto, em alguns cenários, aumentar o conteúdo de frequência requer cautela. Estender a largura de banda enquanto ajuda na separação vertical dos eventos, pode afetar, negativamente, a resolução lateral, se não for tratada adequadamente.

O *aliasing* espacial, um efeito que se procura evitar nesse processo, está relacionado ao máximo conteúdo de frequência que se pode recuperar, sem falseamento, a partir do número de onda de Nyquist e da velocidade dos eventos (mergulho). Nas seções anteriores, foi demonstrado que o empilhamento espectral, por meio do filtro de nitidez e da deconvolução, é capaz de estender o espectro de amplitude para frequências próximas da frequência de Nyquist, tanto para os dados sintéticos quanto para os dados reais.

Caso uma seção sísmica apresente mergulhos muito íngremes, o uso do empilhamento espectral deve ser acompanhado do aumento do número de onda de Nyquist, ou seja, reamostragem espacial. Na prática, se os intervalos de amostragem espacial e temporal são fixos, dobrar o conteúdo de frequência implica dobrar o número de onda (Yilmaz, 2001). Em alguns cenários, a reamostragem espacial pode não ser uma operação viável por causa do tamanho dos dados sísmicos. Para essa situação, uma alternativa seria não recuperar todo o conteúdo de frequência disponível pelo método, evitando-se o *aliasing* espacial, porém, à custa do ganho de resolução.

Para exemplificar, a Figura 54(a) ilustra uma seção que possui alguns refletores com mergulhos acentuados, com destaque para a estrutura de sal. A Figura 54(b) mostra o resultado da deconvolução por Empilhamento Espectral da seção da Figura 54(a). A escala de cor está em cinza para facilitar a visualização do *aliasing* espacial.

Apesar do ganho de resolução na maior parte da seção, o *aliasing* espacial distorceu alguns refletores. No flanco esquerdo da estrutura de sal, há uma série de eventos orientados com mergulho na direção oposta do flanco, caracterizando o *aliasing* espacial, conforme indicação na Figura 54(b). Esse efeito ocorreu porque o conteúdo de frequência obtido pela deconvolução excedeu o limite imposto pelo número de onda de Nyquist, prejudicando a qualidade do sinal sísmico junto ao flanco.

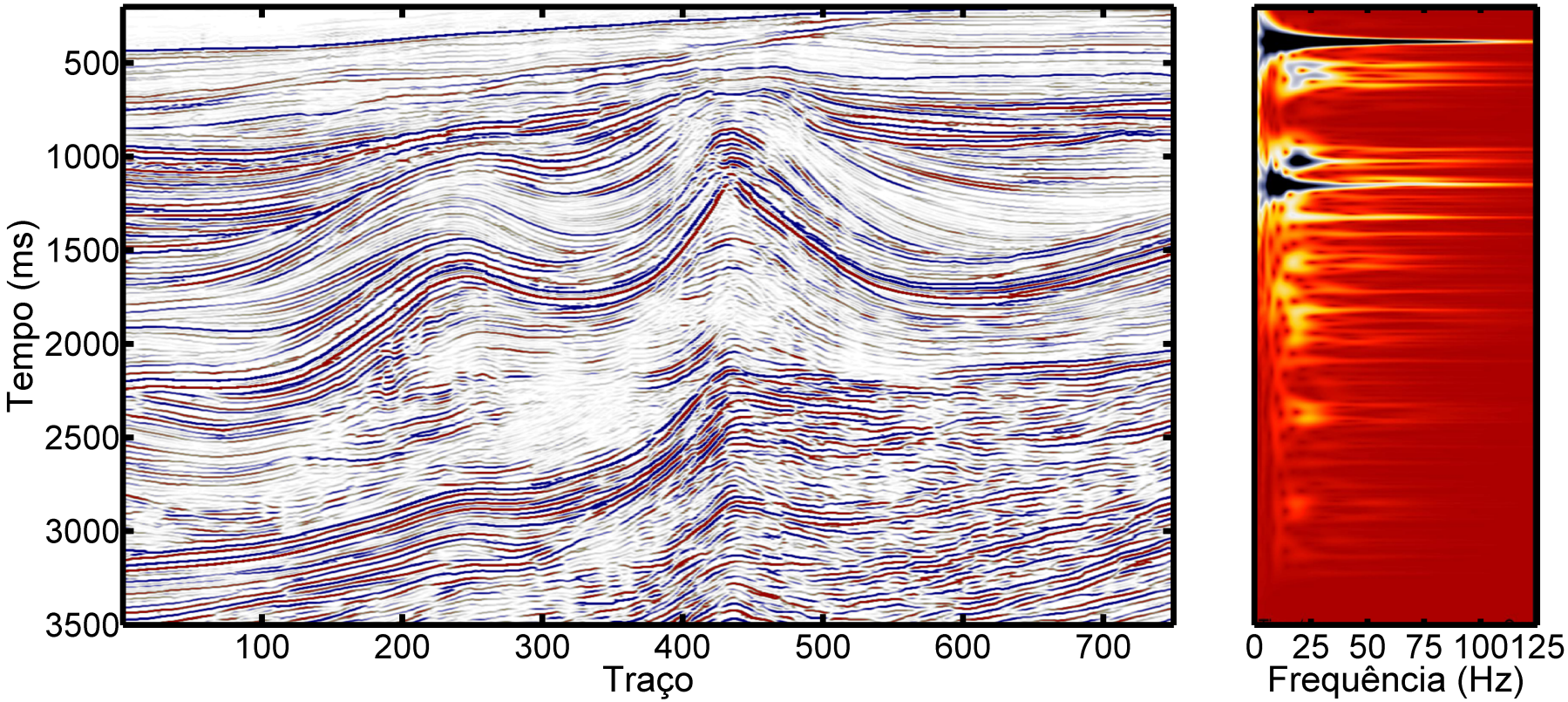


Figura 47 – Dado real após a aplicação da deconvolução por empilhamento espectral. O valor do índice de radiciação foi de 1,7. O método removeu com eficiência a forma do pulso sísmico, mesmo com um valor baixo de índice de radiciação.

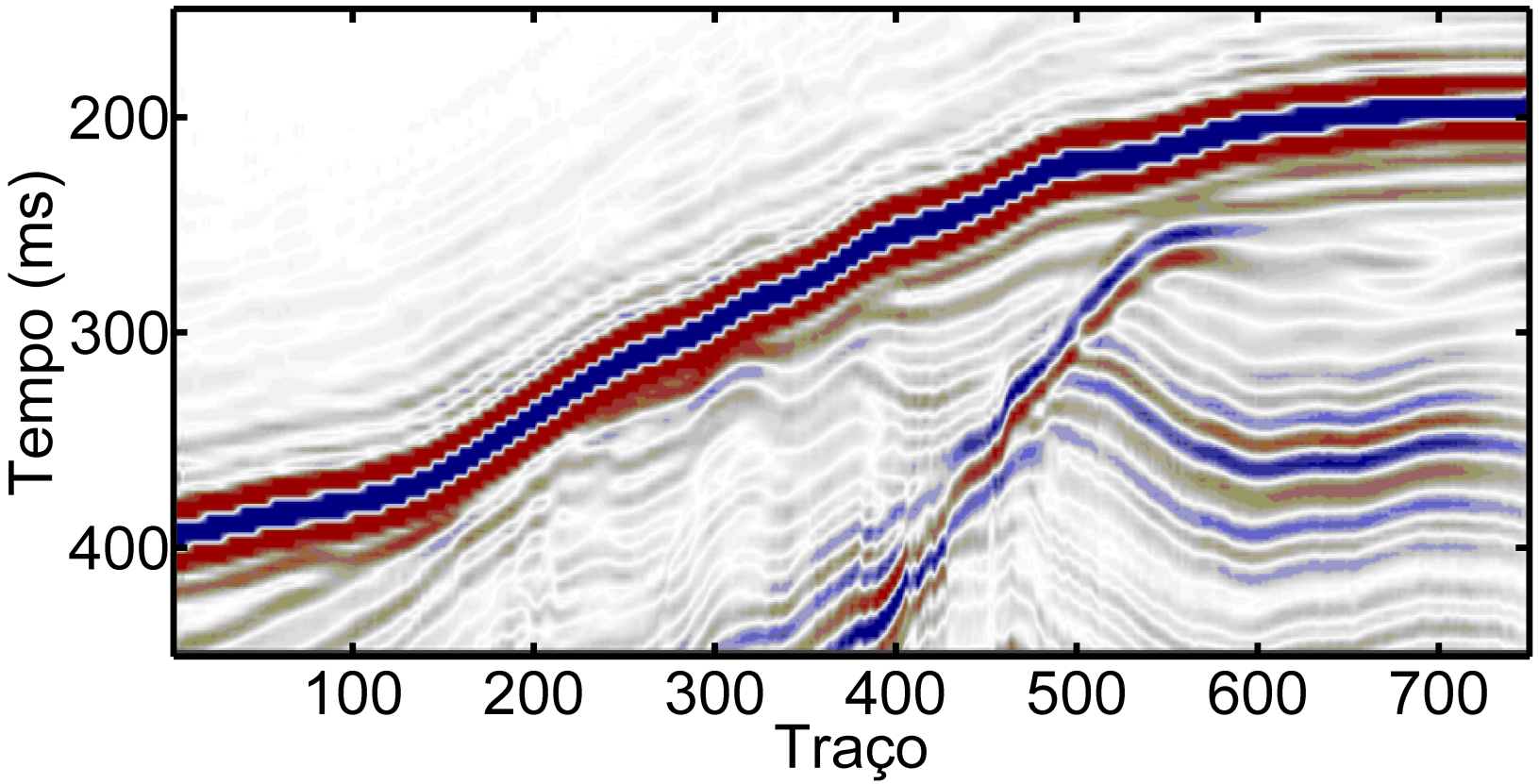


Figura 48 – Seção sísmica destacando a interface do fundo do mar. O refletor exibe típica simetria de fase zero.

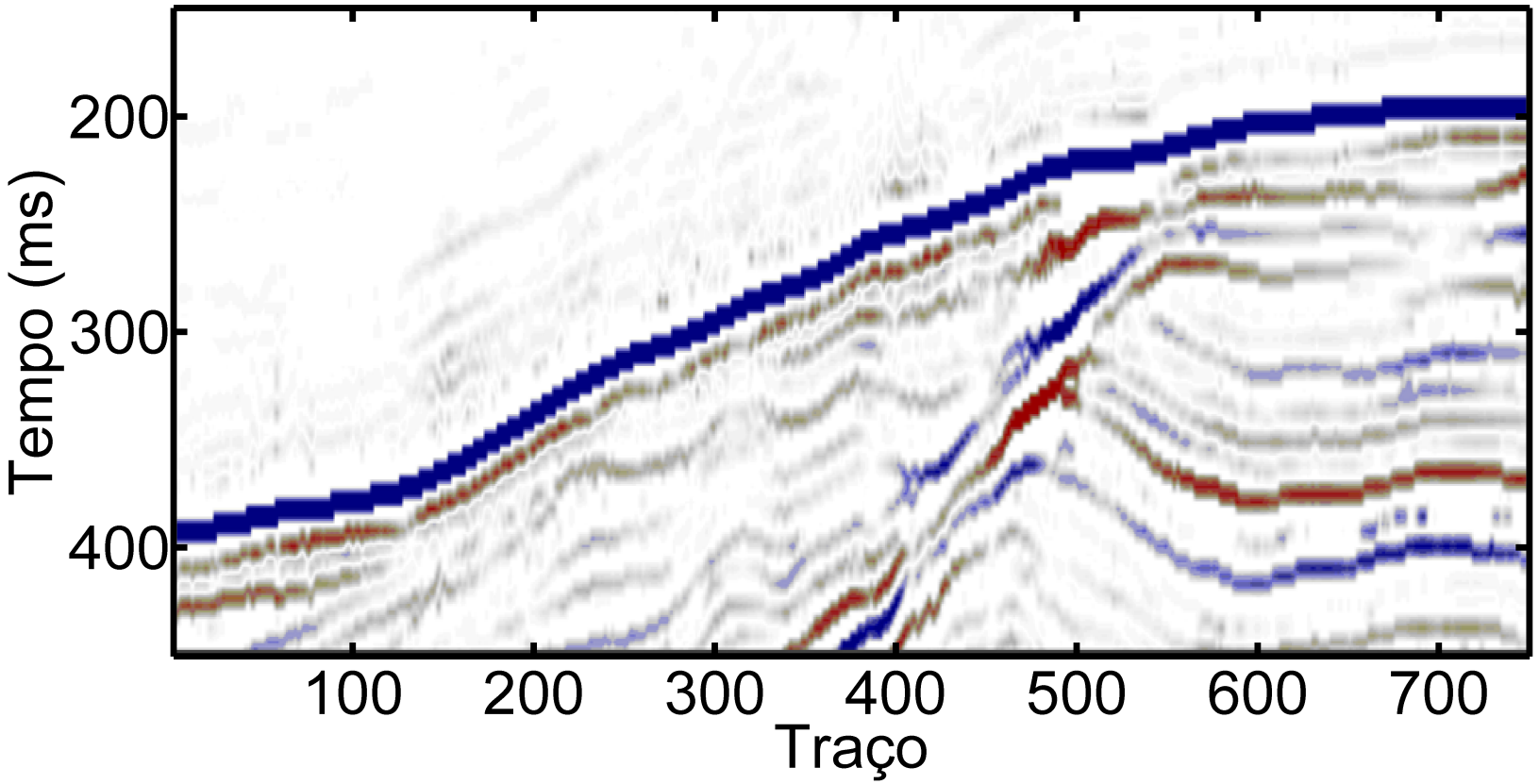


Figura 49 – Seção sísmica destacando a interface do fundo do mar, após o empilhamento espectral. O método removeu com eficiência a forma do pulso sísmico.

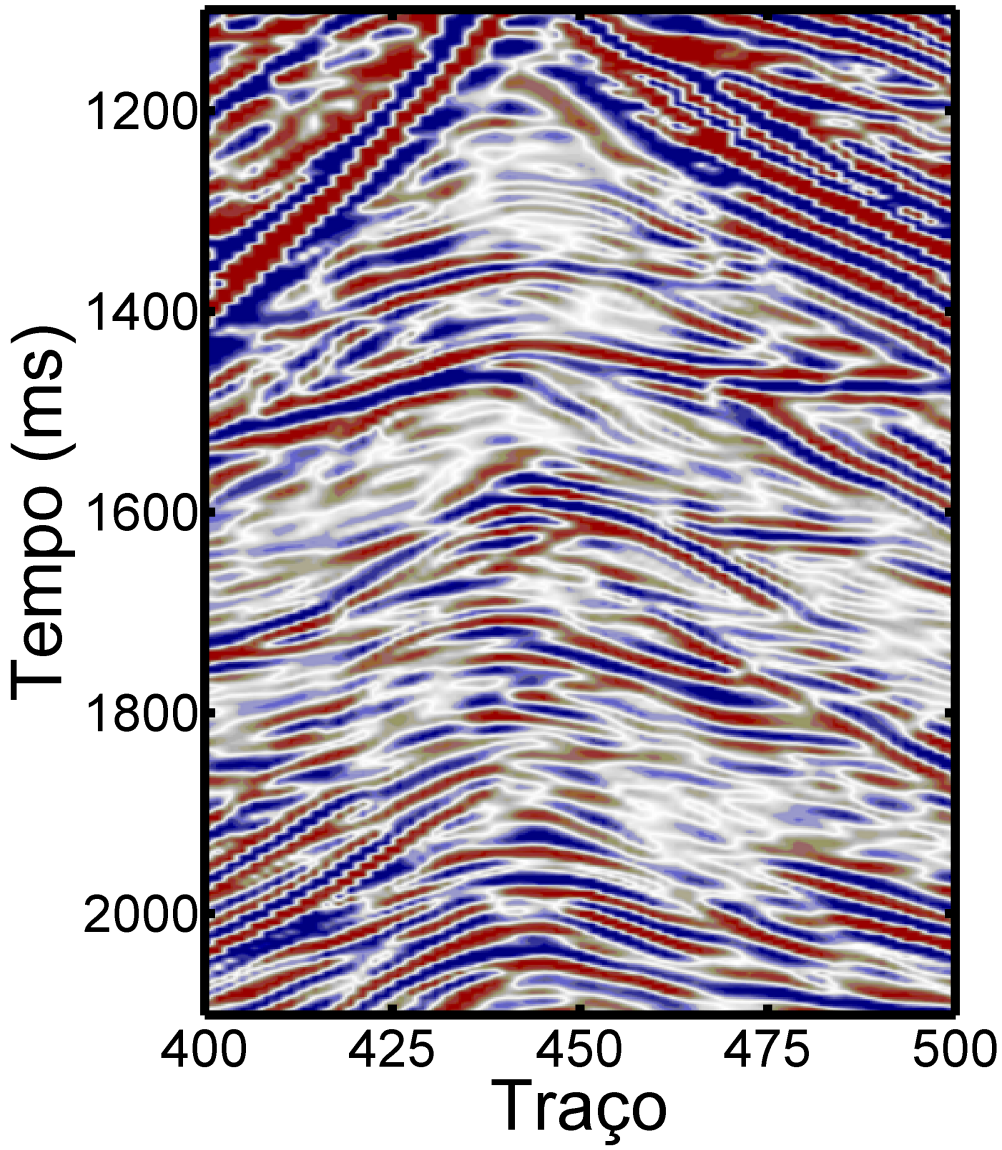


Figura 50 – Seção sísmica mostrando em detalhe as estratificações na sequência evaporítica.

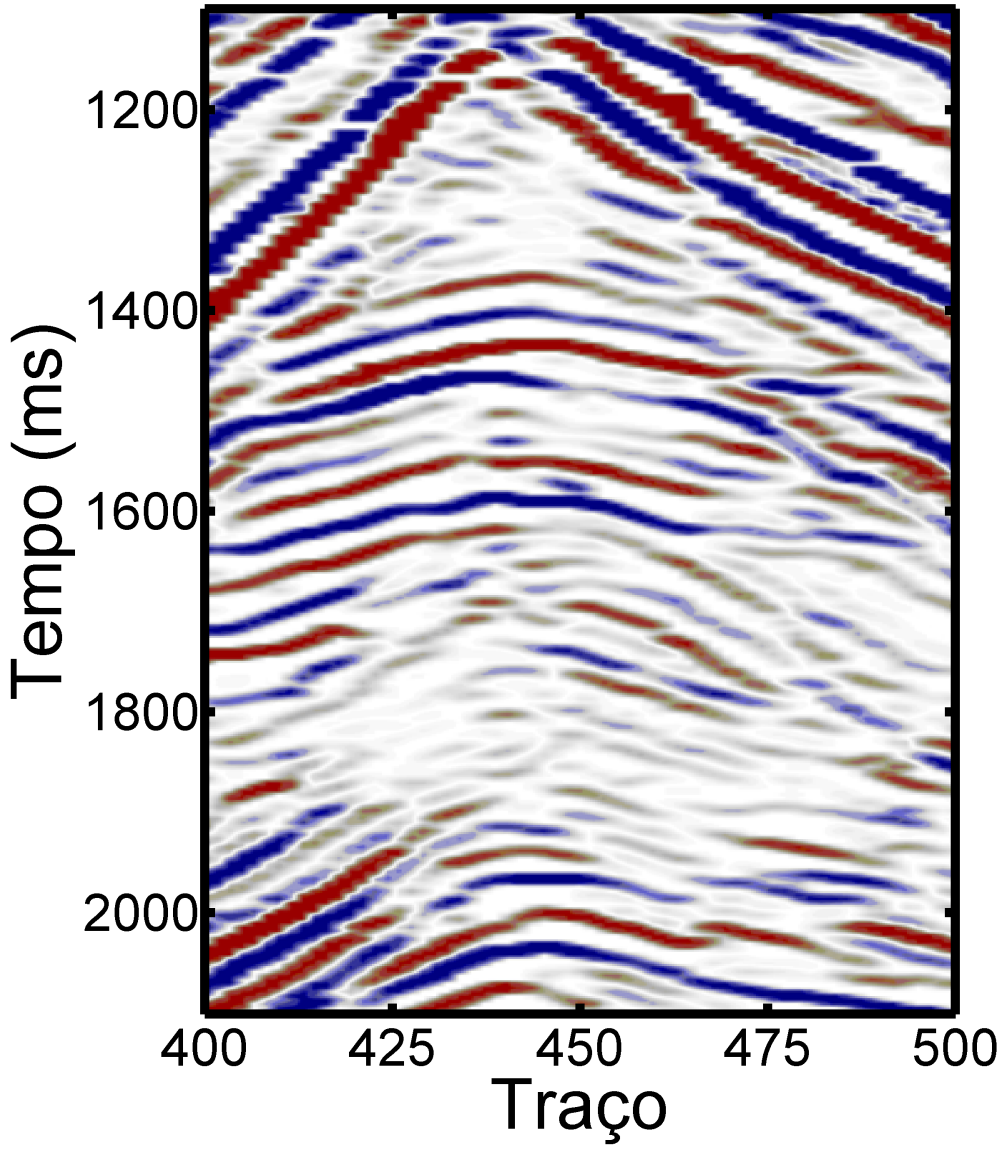


Figura 51 – Seção sísmica mostrando em detalhe as estratificações na sequência evaporítica, após a aplicação da deconvolução por empilhamento espectral. As intercalações dos evaporitos ficaram evidentes.

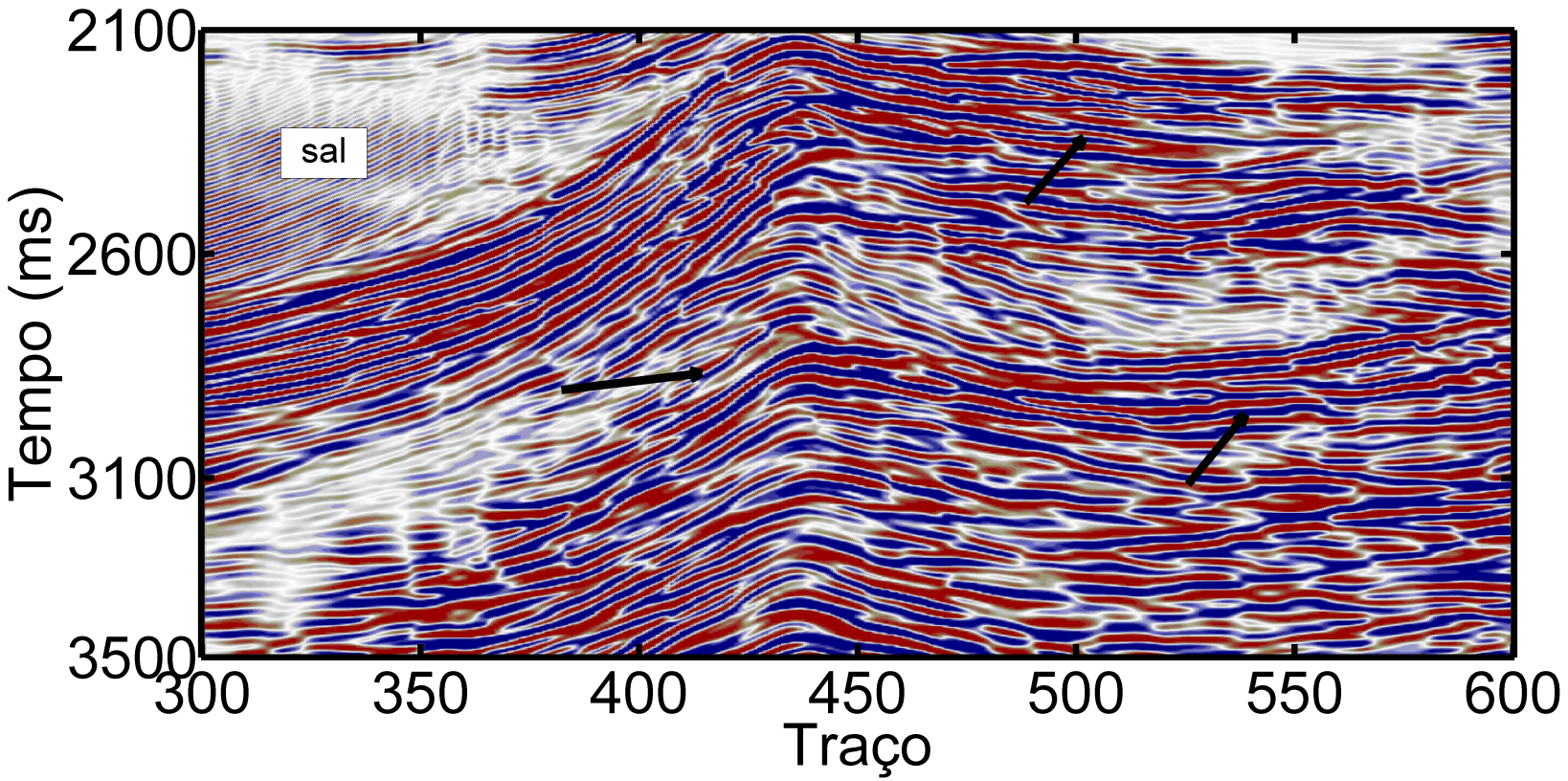


Figura 52 – Seção sísmica mostrando em detalhe a porção inferior. A falta de resolução dificulta a identificação dos eventos.

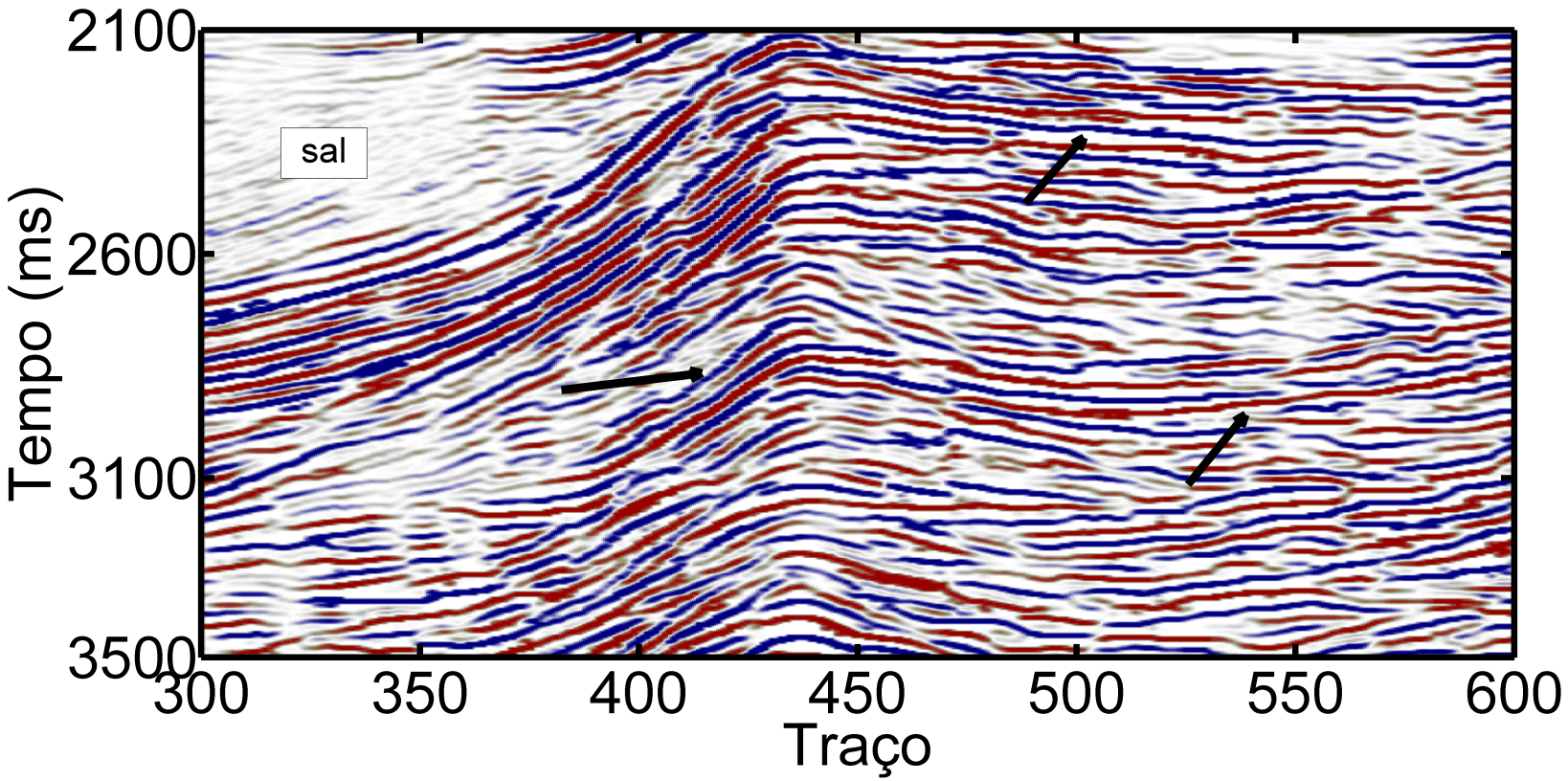


Figura 53 – Seção sísmica mostrando em detalhe a porção inferior, após o empilhamento espectral. O ganho em resolução permitiu identificar os eventos de forma mais clara.

Cabe notar que o flanco direito é ligeiramente menos íngreme que o flanco esquerdo. Essa diferença foi suficiente para evitar o *aliasing* espacial no flanco direito.

O *aliasing* espacial pode ser evitado com a redução do conteúdo de frequências que, através da deconvolução por Empilhamento Espectral, implica na diminuição do índice de radiciação do método proposto nesta tese (radiciação do espectro). Na Figura 54(c), é possível notar que o *aliasing* espacial foi suprimido, após redução do índice de radiciação. No entanto, devido ao valor do índice de radiciação ser inadequado, não foi possível resolver algumas interfaces, conforme trechos destacados pelas setas brancas.

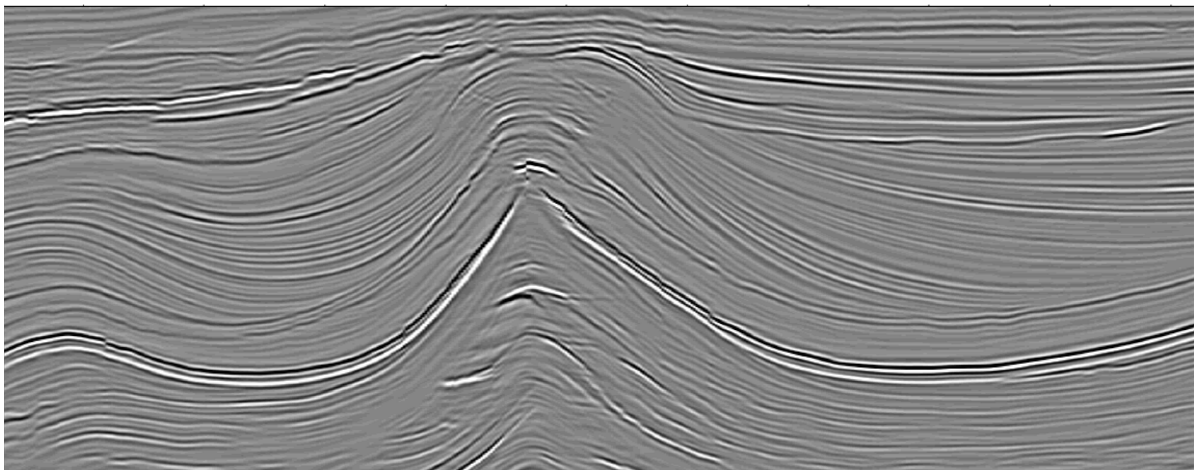
Quanto ao filtro de nitidez, ele não deve ser entendido como um processo de deconvolução. O método foi pensado para condicionar os dados sísmicos antes da etapa de inversão. Sendo assim, na aplicação do filtro de nitidez, os efeitos residuais do processamento sísmico (incluindo lóbulo lateral, fase e ruído) devem ser tratados como são, visto que o método tende a preservá-los. O método também não deve ser comparado com um filtro inverso Q. Diferentemente do filtro inverso Q, que aumenta as amplitudes ao longo das frequências, o filtro de nitidez preserva os máximos dos eventos. Como consequência, as amplitudes do seu espectro são redistribuídas ao longo das frequências e não amplificadas.

Diante disso, a razão sinal/ruído também deve ser avaliada. Embora o filtro de nitidez não aumente a amplitude do ruído, em regiões com baixa razão sinal/ruído o método pode não ser capaz de posicionar corretamente as interfaces. Como informado na seção 4.1 (Figura 33(b)), o ruído atua incrementando o número de picos de amplitude no sinal. Como consequência do empilhamento espectral, esses picos (ruídos) são mantidos pelo filtro de nitidez, sem que seus valores de amplitude sejam modificados, resultando apenas na compressão das formas de onda associadas aos eventos ruidosos.

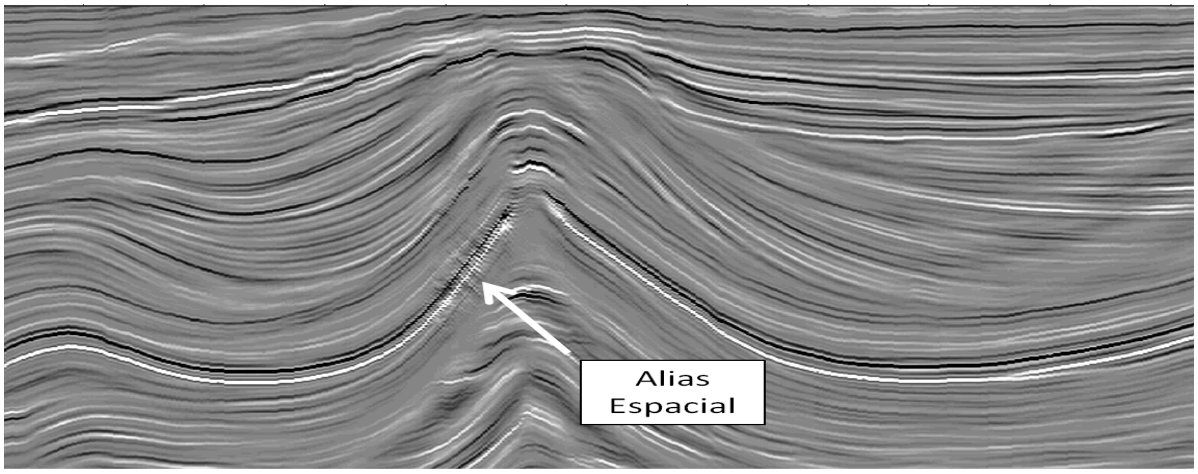
Para contornar isso, é recomendado, juntamente com a reamostragem espacial, a aplicação de um filtro para remoção de ruído com alguma correlação lateral. Para os testes com dado real, foi usado um filtro de suavização por estrutura (Hale, 2009). Esse problema tende a ser minimizado na deconvolução por empilhamento espectral, por causa da suavização imposta pela integração. No entanto, o ruído de baixa frequência, oriundo da integração, deve ser corrigido para não prejudicar o posicionamento das reflexões.

Em resumo, neste capítulo foram apresentados alguns exemplos da aplicação

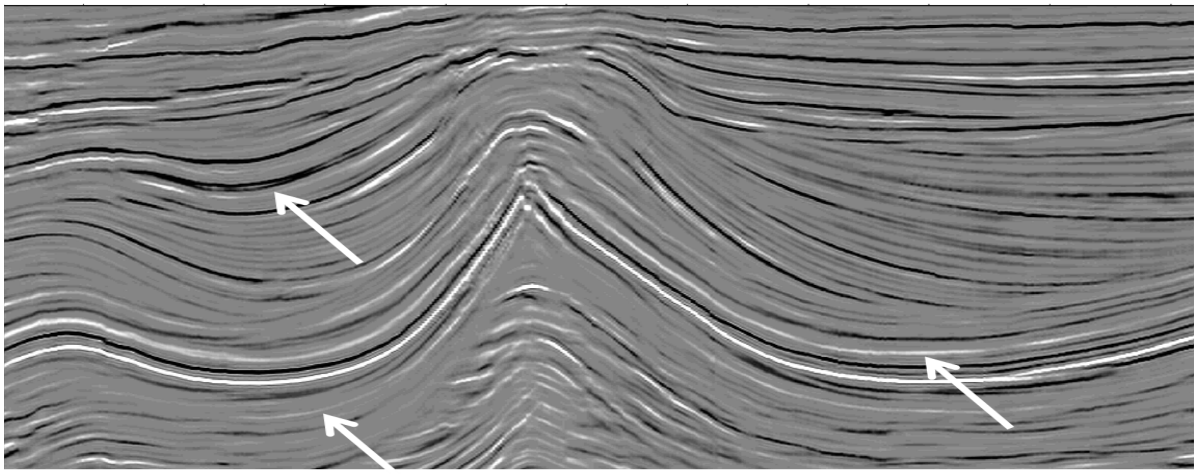
do empilhamento espectral para aumento do conteúdo de frequência e como ele pode ser usado para gerar imagens de melhor qualidade da seção sísmica.



(a)



(b)



(c)

Figura 54 – Efeito do índice de radiciação sobre o *aliasing* espacial. (a) Dado real; (b) deconvolução espectral do dado real em (a) com índice de radiciação igual a 8; (b) deconvolução espectral do dado real em (a) com índice de radiciação igual a 1.1.

5 CONCLUSÃO

Nesta tese foi apresentado o método de Empilhamento Espectral. No desenvolvimento do método, foi mostrado que a convolução circular, no domínio da frequência, soma termos externos à banda do sinal sísmico aos termos que se mantiveram dentro desse limite. A repetição desse procedimento foi usada para estender a largura de banda do sinal sísmico. Esse conceito foi aplicado para criar um filtro de nitidez e uma deconvolução.

Foi mostrado que a derivada segunda do sinal sísmico no limite de resolução de Ricker é semelhante a derivada segunda do sinal sísmico no limite de resolução de Rayleigh. A abordagem proposta nesta tese combinou essa relação com o empilhamento espectral para criar um filtro de nitidez, capaz de distinguir camadas mais finas que o critério de Rayleigh, porém limitadas ao critério de Ricker. Os resultados dos testes sintéticos mostram que o filtro de nitidez estendeu o conteúdo de frequência, desde as baixas frequências até a frequência de Nyquist, tornando o espectro de amplitude mais plano. Foi provada a eficácia do método em resolver interfaces sob o critério de Ricker, tornando o sinal sísmico mais nítido e melhorando a resolução. Além disso, o filtro de nitidez não gerou artefatos, nem alterou a escala de amplitude e nem a posição dos eventos sísmicos, preservando a distribuição dos eventos.

Em cenários ruidosos, o nível de ruído não foi amplificado pelo uso do método, porém a capacidade de resolver interfaces, nesse cenário, foi comprometida. É recomendável o uso de um filtro de suavização na presença de ruídos acentuados. Em todos os testes, inclusive com dados reais, os valores dos parâmetros q igual a 8 e A igual a 9,6 foram adequados para resolução de interfaces e compressão dos eventos. No dado real usado no estudo, o filtro de nitidez melhorou a continuidade das estratificações dentro da camada de sal.

Da mesma forma, foi mostrado como a premissa de um pulso sísmico do tipo Ricker pode ser usada para remover os lóbulos laterais da seção sísmica. O método proposto, domínio do empilhamento espectral, foi empregado com esse fim e os resultados dos testes sintéticos mostraram que o padrão de interferência dos lóbulos laterais foi suprimido nesse domínio. Isso também foi constatado nos dados reais. O refletor do fundo do mar, que tipicamente possui simetria de fase zero, não exibiu os

lóbulos laterais após a aplicação do método. Dessa forma, o espaço do empilhamento espectral pode ser usado para remoção dos lóbulos laterais. Além disso, ele atua como um guia para a deconvolução proposta nesta tese, visto que apenas os lóbulos centrais do pulso sísmico são mantidos nesse domínio, obviamente, considerando-se a premissa de pulso de fase zero.

Foi demonstrado que a radiação do espectro de amplitude do sinal sísmico no domínio do empilhamento espectral aumenta a resolução. O método de deconvolução proposto neste trabalho usou essa ideia para remover a forma do pulso sísmico. Nos testes sintéticos, o método recuperou o posicionamento do topo e da base da camada, mesmo em trechos sob o efeito de *tuning*, dobrando a resolução original. A aplicação do método ao dado real permitiu identificar as interfaces dentro da sequência evaporítica, aumentando a resolução do pacote de sal.

O método também pode servir para identificar a polaridade das interfaces, em um cenário ambíguo. Nesta tese, o método teve êxito ao estimar a polaridade dos eventos, inclusive nos dados reais, obtendo, corretamente, a polaridade do fundo do mar e da base do sal, ambos positivos.

Visto que o empilhamento espectral, por meio do filtro de nitidez e da deconvolução, estendeu o espectro de amplitude para frequências próximas da frequência de Nyquist, o seu uso deve ser acompanhado de reamostragem espacial, caso a seção sísmica apresente mergulhos muito íngremes.

Como continuação desse trabalho, sugerem-se os seguintes temas:

- O filtro de nitidez conta com uma descrição matemática para estimar o valor máximo teórico do aumento na frequência de pico (aproximadamente, 35%). No desenvolvimento da deconvolução por empilhamento espectral, foi demonstrado que o ganho de resolução é proporcional à raiz quadrada do índice de radiciação. Na prática, esse valor não se confirma para índices de radiciação altos, por causa do ruído de alta frequência. Além disso, o índice de radiação foi único para todo o dado, por iteração. Sendo assim, recomenda-se estimar um índice ótimo de radiciação, por traço, com base na razão entre o máximo valor do espectro de amplitude e o valor médio do ruído de alta frequência, no domínio do empilhamento espectral.
- Nos experimentos realizados nesta tese, foi mostrado que a deconvolução por empilhamento espectral resolveu algumas interfaces sob efeito de *tuning*. Um

questionamento que cabe aqui é: por que a deconvolução por empilhamento espectral não resolveu todas as interfaces sob o efeito de *tuning*? Certamente, há um limite de resolução. Dessa forma, recomenda-se estabelecer o limite de resolução da deconvolução por empilhamento espectral.

- Uma análise detalhada da Figura 14 permitiu concluir que no intervalo do lóbulo central do pulso Ricker, a derivada segunda (negativa) do pulso, o próprio pulso e a gaussiana associada ao pulso possuem o mesmo sinal (polaridade). Portanto, é sugerido investigar esses aspectos, a fim de melhorar os métodos apresentados nesta tese.

- O algoritmo RD mostrou que as derivadas de ordem mais alta podem melhorar o conteúdo de frequência do sinal sísmico. Sendo assim, recomenda-se avaliar o impacto das derivadas de ordem mais alta na formulação do filtro de nitidez.

Referências

ADDISON, P. S. *The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*. [S.l.]: CRC press, 2017.

ANTON, H.; RORRES, C. *Álgebra linear com aplicações*. [S.l.]: Bookman Porto Alegre, 2001. v. 8.

AVENDANO, C.; HERMANSKY, H.; WAN, E. A. Beyond nyquist: Towards the recovery of broad-bandwidth speech from narrow-bandwidth speech. In: *Fourth European Conference on Speech Communication and Technology*. [S.l.: s.n.], 1995.

BRACEWELL, R. N. *The Fourier transform and its applications*. [S.l.]: McGraw-Hill New York, 2000.

BRAGA, I. L. S.; MORAES, F. S. High-resolution gathers by inverse q filtering in the wavelet domain. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 2, p. V53–V61, 2013.

BUTKOV, E. *Física matemática*. [S.l.]: Livros Técnicos e Científicos, 1988.

CANTZOS, D.; MOUCHTARIS, A.; KYRIAKAKIS, C. Bandwidth extension of low bitrate compressed audio based on statistical conversion. In: IEEE. *Multimedia and Expo, 2009. ICME 2009. IEEE International Conference on*. [S.l.], 2009. p. 97–100.

CARLSON, D. H.; LONG, A.; SÖLLNER, W.; TABTI, H.; TENGHAMN, R.; LUNDE, N. Increased resolution and penetration from a towed dual-sensor streamer. *First Break*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 25, n. 12, 2007.

CHATTERJEE, S.; HADI, A. S. *Regression analysis by example*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.

COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. *Mathematics of computation*, JSTOR, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965.

DENIS, M.; BREM, V.; PRADALIE, F.; MOINET, F.; RETAILLEAU, M.; LANGLOIS, J.; BAI, B.; TAYLOR, R.; CHAMBERLAIN, V.; FRITH, I. Can land broadband seismic be as good as marine broadband? *The leading edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 32, n. 11, p. 1382–1388, 2013.

DRAGOSET, B. A historical reflection on reflections. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 24, n. Supplement, p. S46–S71, 2005.

DUARTE, O. d. O. Dicionário enciclopédico inglês-português de geofísica e geologia. In: *Sociedade Brasileira de Geofísica. Congreso Internacional (5o: 28 set.-2 out. 1997: Sao Paulo, BR)*. [S.l.: s.n.], 1997.

FENG, H.; BANCROFT, J. C. Avo principles, processing and inversion. *CREWES Research Report*, Citeseer, v. 18, p. 1–19, 2006.

FERGUSON, R. J.; MARGRAVE, G. F. A simple algorithm for band-limited impedance inversion. *CREWES Research Report*, v. 8, n. 21, p. 1–10, 1996.

HALE, D. Structure-oriented smoothing and semblance. *CWP report*, Citeseer, v. 635, n. 635, 2009.

JAX, P. J. *Enhancement of bandlimited speech signals: Algorithms and theoretical bounds*. [S.l.]: Mainz, 2002.

KALLWEIT, R.; WOOD, L. The limits of resolution of zero-phase wavelets. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 47, n. 7, p. 1035–1046, 1982.

KONTIO, J.; LAAKSONEN, L.; ALKU, P. Neural network-based artificial bandwidth expansion of speech. *IEEE transactions on audio, speech, and language processing*, IEEE, v. 15, n. 3, p. 873–881, 2007.

KROODE, F. T.; BERGLER, S.; CORSTEN, C.; MAAG, J. W. de; STRIJBOS, F.; TIJHOF, H. Broadband seismic data. the importance of low frequencies. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 78, n. 2, p. WA3–WA14, 2013.

LATIMER, R. B.; DAVISON, R.; RIEL, P. v. An interpreterŠs guide to understanding and working with seismic-derived acoustic impedance data. *The Leading Edge*, Society of Exploration Geophysicists, v. 19, n. 3, p. 242–255, 2000.

LAVERGNE, M.; WILLM, C. Inversion of seismograms and pseudo velocity logs. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 25, n. 2, p. 231–250, 1977.

LI, Y. E.; DEMANET, L. Phase and amplitude tracking for seismic event separation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 80, n. 6, p. WD59–WD72, 2015.

LI, Y. E.; DEMANET, L. Full-waveform inversion with extrapolated low-frequency data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 81, n. 6, p. R339–R348, 2016.

LIANG, C.; CASTAGNA, J.; TORRES, R. Z. Tutorial: Spectral bandwidth extension - invention versus harmonic extrapolation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 82, n. 4, p. W1–W16, 2017.

LINDSETH, R. O. Synthetic sonic logsŮa process for stratigraphic interpretation. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 44, n. 1, p. 3–26, 1979.

LIU, J.; MARFURT, K. J. Instantaneous spectral attributes to detect channels. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 72, n. 2, p. P23–P31, 2007.

LUPINACCI, W. M.; FRANCO, A. Peixoto de; OLIVEIRA, S. A. M.; MORAES, F. Sergio de. A combined time-frequency filtering strategy for q-factor compensation of poststack seismic data. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 82, n. 1, p. V1–V6, 2017.

MALLAT, S. *A wavelet tour of signal processing*. [S.l.]: Elsevier, 1999.

MARPLE, L. Computing the discrete-time"analytic"signal via fft. *IEEE Transactions on signal processing*, IEEE, v. 47, n. 9, p. 2600–2603, 1999.

MOHRIAK, S.; SZATMARI, W.; ANJOS, P. Sal geologia e tectonica, first edit. *Becca Edições Ltda*, 2008.

MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G. *Introduction to linear regression analysis*. [S.l.]: Wiley, 2001.

MOUGENOT, D. Marine, seabed, and land seismic equipment for broadband acquisition: a review. *Geophysical Prospecting*, European Association of Geoscientists & Engineers, v. 66, n. 5, p. 922–933, 2018.

OKAYA, D. A. Spectral properties of the earthŠs contribution to seismic resolution. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 60, n. 1, p. 241–251, 1995.

OLIVEIRA, S. A. M.; LUPINACCI, W. M. L1 norm inversion method for deconvolution in attenuating media. *Geophysical Prospecting*, Wiley Online Library, v. 61, n. 4, p. 771–777, 2013.

OPPENHEIM, A. V.; BUCK, J. R.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1999.

POULARIKAS, A. D. *Transforms and applications handbook*. [S.l.]: CRC press, 2010.

RICKER, N. Wavelet functions and their polynomials. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 9, n. 3, p. 314–323, 1944.

RICKER, N. The form and laws of propagation of seismic wavelets. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 18, n. 1, p. 10–40, 1953.

RICKER, N. Wavelet contraction, wavelet expansion, and the control of seismic resolution. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 18, n. 4, p. 769–792, 1953.

ROBINSON, E. A. Predictive decomposition of time series with application to seismic exploration. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 32, n. 3, p. 418–484, 1967.

ROSA, A. L. R. Análise do sinal sísmico. *SBGF-Sociedade Brasileira de Geofísica, Rio de Janeiro, Brasil*, 2010.

SAJID, M.; GHOSH, D. A fast and simple method of spectral enhancement. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 79, n. 3, p. V75–V80, 2014.

SHERIFF, R. E. Seismic resolution a key element. *AAPG Explorer*, v. 18, n. 10, p. 44–51, 1997.

SHERIFF, R. E.; GELDART, L. P. *Exploration seismology*. [S.l.]: Cambridge university press, 1995.

SMITH, J. O. *Mathematics of the discrete Fourier transform (DFT): with audio applications*. [S.l.]: Julius Smith, 2007.

SMITH, S. W. et al. The scientist and engineer's guide to digital signal processing. California Technical Pub. San Diego, 1997.

STAPLES, R.; HOBBS, R.; WHITE, R. A comparison between airguns and explosives as wide-angle seismic sources. *Geophysical Prospecting*, [The Hague]: The Association, 1953-, v. 47, n. 3, p. 313–340, 1999.

SUNDARARAJAN, D. *The discrete Fourier transform: theory, algorithms and applications*. [S.l.]: World Scientific, 2001.

VERSCHUUR, D. J. *Seismic multiple removal techniques: past, present and future*. [S.l.]: EAGE publications Houten, Netherlands, 2013.

WANG, Y. Inverse q-filter for seismic resolution enhancement. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 71, n. 3, p. V51–V60, 2006.

WANG, Y. *Seismic inverse Q filtering*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2009.

YILMAZ, Ö. *Seismic data analysis: Processing, inversion, and interpretation of seismic data*. [S.l.]: Society of exploration geophysicists, 2001.

ZENG, H.; BACKUS, M. M. Interpretive advantages of 90-phase wavelets: Part 1Ůmodeling. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 70, n. 3, p. C7–C15, 2005.

ZHANG, C.; ULRYCH, T. J. Estimation of quality factors from cmp records. *Geophysics*, Society of Exploration Geophysicists, v. 67, n. 5, p. 1542–1547, 2002.